

EDITORIAL

PT

Editor: José Luís Gonçalves

Oportunidades e desafios em Educação Matemática

Segundo o Relatório Nacional PISA 2018 – PORTUGAL (IAVE, 2019), Portugal obteve 492 pontos em literacia matemática no ciclo de 2018, três pontos acima da média da OCDE (489 pontos). Comparando os resultados alcançados em 2018 com os de ciclos anteriores, verifica-se um aumento significativo de 26 pontos relativamente a 2003, de 5 pontos relativamente a 2012, não se tendo alterado significativamente (mais 0,9 pontos) entre o ciclo de 2015 e o de 2018. Tendo superado pela primeira vez a média da OCDE, constituíram estes resultados estímulo suficiente para conferir um novo impulso à educação matemática?

O número temático da revista *Saber & Educar* que agora se disponibiliza, organizado em torno do tema «Oportunidades e desafios em Educação Matemática», revela toda a sua pertinência quando, ainda recentemente, um Grupo de Trabalho de Matemática, criado pelo governo português, apresentou um relatório com um conjunto de 22 recomendações para a melhoria das aprendizagens em Matemática dos alunos, documento a que vale a pena dar atenção. As recomendações dirigem-se a todos os ciclos de escolaridade obrigatória e também à Educação Pré-escolar, considerada como primeira etapa da Educação Básica. Estas recomendações estão organizadas em quatro domínios: o currículo de Matemática, dinâmicas de desenvolvimento curricular, avaliação do desempenho dos alunos e formação de docentes, tendo em conta a escassez destes profissionais a curto prazo.

Desejamos agradecer, a todos quantos submeteram artigos para revisão por pares, o interesse demonstrado nesta chamada, sem, no entanto, deixar de relevar os contributos de distintos investigadores como Ángel Alsina (Universitat de Girona), Christof Schreiber (Justus-Liebig-Universität Gießen), e Teresa B. Neto e Lúcia Pombo (Universidade de Aveiro). Destaca-se, todavia, pela sua estatura académica e conhecimento granjeado no serviço público de governação, o artigo “La Grande Illusion – A Grande Ilusão”, de Nuno Crato.

EDITORIAL

ENG

Editor: José Luís Gonçalves

Opportunities and challenges in Mathematics Education

According to the PISA National Report 2018 - PORTUGAL (IAVE, 2019), Portugal obtained 492 points in mathematical literacy in the 2018 cycle, three points above the OECD average (489 points). Comparing the results achieved in 2018 with those of previous cycles, there is a significant increase of 26 points in relation to 2003, of 5 points in relation to 2012, having not changed significantly (plus 0.9 points) between the cycle of 2015 and the 2018. Having exceeded the OECD average for the first time, were these results sufficient stimulus to give a new impetus to mathematics education?

The theme of the scientific journal *Saber & Educar*, which is now available, organized around the topic «Opportunities and challenges in Mathematics Education», reveals all its relevance when, even recently, a Mathematics Working Group, created by the Portuguese government, presented a report with a set of 22 recommendations for improving students' mathematics learning, a document worth paying attention to. The recommendations are addressed to all cycles of compulsory education and also to Pre-school Education, considered as the first stage of Basic Education. These recommendations are organized into four domains: the Mathematics curriculum, curriculum development dynamics, assessment of student performance and teacher training, taking into account the lack of these professionals in the short term.

We would like to thank all those who submitted articles for peer review for the interest shown in this call, without however neglecting the contributions of different researchers such as Ángel Alsina (Universitat de Girona), Christof Schreiber (Justus-Liebig-Universität Gießen), and Teresa B. Neto and Lúcia Pombo (University of Aveiro). It stands out, however, for his academic stature and knowledge gained in the public service of governance, the article “La Grande Illusion - A Grande Ilusão”, by Nuno Crato.

NOTA INTRODUTÓRIA

Isabel Cláudia Nogueira

ESE de Paula Frassinetti (ESEPF) | CIPAF

Teresa Fernández

Universidad de Santiago de Compostela (USC) | GID-TESELA

NOTA INTRODUTÓRIA

PT

Embasados em quadros de referência que fundamentam a organização e a ação educativa e, portanto, sustentados nas concepções e nos modelos de ensino e aprendizagem em que se alicerçam, os quotidianos escolares parecem incorporar de modo cada vez mais visível desejos, virtudes, constrangimentos e possibilidades de uma sociedade contemporânea marcada pela imprevisibilidade, pela inconstância e pelo acesso praticamente ilimitado à informação.

Nunca, como hoje, a sala de aula esteve em toda a parte – na escola, no museu, no espaço virtual, no telemóvel, em casa – e nunca, como hoje, na sala de aula existiu tanta diversidade – social, cultural, curricular e metodológica, mas também de aprendizagem, de participação, de vontades e de atitudes. Esta *nova* sala de aula reclama renovação, transformação e inovação da *praxis* educacional para a construção do conhecimento por todos e para todos, desafiando professores e alunos a serem cada vez mais atores e autores principais dos processos de ensino e de aprendizagem:

What has become apparent is the need for teachers to be prepared to deal with a diverse student population, with different needs and expectations, and to be able to teach them in ways that are more interactive and aligned with the demands of the twenty-first century education. (Flores, 2017, p.2)

As exigências de uma realidade marcada por “desafios sem precedentes – sociais, económicos e ambientais – suscitados pela rápida globalização e por uma taxa acelerada de desenvolvimentos tecnológicos” (OECD, 2018, p. 2) consubstanciam, também, oportunidades de mobilização de capacidades promotoras de desenvolvimento pessoal, profissional e comunitário. Neste contexto, indagar, problematizar, formular, analisar, relacionar, refletir, sintetizar, generalizar, solucionar, justificar e duvidar, de modo consistente e coerente, não poderão deixar forçosamente de se revelarem como processos privilegiados e indispensáveis ao ato de aprender e, por consequência, aos modos de ensinar. Nesta perspetiva, a Matemática, com os seus saberes próprios, os seus métodos, os seus processos e os seus recursos, apresenta-se de forma inquestionável como um campo disciplinar privilegiado para a ação criativa

humana, contribuindo, portanto, para o equilíbrio e a sustentabilidade das sociedades futuras. (Aragay, 2017)

A par da multiplicação de propostas curriculares com objetivos específicos, da implementação de projetos de intervenção de natureza intra ou interdisciplinar, do desenvolvimento de experiências pedagógicas devidamente enquadradas e da valorização e disseminação de boas práticas matemáticas assiste-se, concomitantemente, a uma notável produção investigativa centrada nos múltiplos aspetos implicados no ensino e na aprendizagem desta área disciplinar em todos os níveis educativos. Estas dinâmicas, bem como os seus resultados, não poderão nem deverão ser negligenciadas por professores e decisores, pelos benefícios que possam significar na ainda necessária desconstrução ideológica de que pensar e agir matematicamente é só para alguns – crença infundada epistemológica, praxeológica e até axiologicamente – e na criação de condições efetivas para o sucesso de todos nesta área disciplinar. (NCTM, 2017)

Mais do que um convite à reflexão, a leitura dos textos que integram este número temático constituirá uma oportunidade de (re)elaboração concetual, procedimental e atitudinal, inerente à concretização de práticas e de ambientes de aprendizagem (não apenas) matemáticos que aliem, de forma articulada, intenção e ação inovadora e transformadora.

Referências

- Aragay, X. (2017). *Reimaginando la educación. 21 claves para transformar la escuela*. Barcelona: Ediciones Paidós.
- Flores, M.A. (2017). Teaching and developing as a teacher in contradictory times. *Teachers and Teaching*, 23:2, 123-126, DOI: 10.1080/13540602.2017.1248088.
- [NCTM] National Council of Teachers of Mathematics (2017). *Princípios para a ação – Assegurar a todos o sucesso em Matemática*. Lisboa: APM.
- [OECD] Organisation for Economic Cooperation and Development (2018). *The Future of Education and Skills 2030*. Paris: OECD Publishing.

NOTA INTRODUCTORIA

ESP

Partiendo de marcos de referencia que subyacen a la organización y la acción educativa y, por lo tanto, apoyados por concepciones y modelos de enseñanza y aprendizaje en los que se basan, la vida cotidiana escolar parece incorporar de una manera cada vez más visible deseos, virtudes, limitaciones y posibilidades de una sociedad contemporánea marcada por la imprevisibilidad, la inconstancia y el acceso prácticamente ilimitado a la información. Nunca, como hoy, el aula ha estado en tantos hogares – en la escuela, en el museo, en el espacio virtual, en el teléfono móvil, en casa – y nunca, como hoy, ha habido tanta diversidad en el aula – social, cultural, curricular y metodológica, sino también de aprendizaje, de participación, de voluntades y de actitudes. Esta *nueva* aula reclama renovación, transformación e innovación de la *praxis* educativa para la construcción del conocimiento por todos y para todos, desafiando a los profesores y estudiantes a ser cada vez más actores y autores principales de los procesos de enseñanza y aprendizaje:

What has become apparent is the need for teachers to be prepared to deal with a diverse student population, with different needs and expectations, and to be able to teach them in ways that are more interactive and aligned with the demands of the twenty-first century education. (Flores, 2017, p.2)

Las demandas de una realidad marcada por “desafíos sin precedentes –sociales, económicos y ambientales– planteados por una rápida globalización y un ritmo acelerado de desarrollos tecnológicos” (OCDE, 2018, p. 2) también justificaron oportunidades para movilizar capacidades que promuevan el desarrollo personal, profesional y comunitario. En este contexto, cuestionar, formular, analizar, relacionar, reflexionar, sintetizar, generalizar, resolver, justificar y dudar, de manera coherente, no pueden dejar de revelarse como procesos privilegiados e indispensables para el acto de aprendizaje y, en consecuencia, para las formas de enseñanza. Desde esta perspectiva, las matemáticas, con su propio conocimiento, sus métodos, sus procesos y sus recursos, se presentan indudablemente como un campo disciplinario privilegiado para la acción creativa humana, contribuyendo así al equilibrio y sostenibilidad de las sociedades futuras. (Aragay, 2017)

Además de la diversidad de propuestas curriculares con objetivos específicos, la ejecución de proyectos de intervención de carácter intra o interdisciplinario, el desarrollo de experiencias pedagógicas debidamente enmarcadas y la valorización y difusión de buenas prácticas matemáticas, existe, de forma simultánea, una notable producción de investigación centrada en los múltiples aspectos involucrados en la enseñanza y el aprendizaje de esta área disciplinaria en todos los niveles educativos.

Estas dinámicas, así como sus resultados, no pueden ni deben ser ignorados por los profesores y otros responsables de la toma de decisiones, por los beneficios que pueden significar en la todavía necesaria deconstrucción ideológica de que pensar y actuar matemáticamente es sólo para algunos – creencia infundada epistemológica, praxeológica e incluso axiológicamente– y en la creación de condiciones efectivas para el éxito de todos en esta área disciplinaria. (NCTM, 2017)

Más que una invitación a reflexionar, la lectura de los textos que componen este número temático será una oportunidad para la reelaboración conceptual, procedimental y actitudinal, inherente a la implementación de prácticas y entornos de aprendizaje, no únicamente matemáticos, que combinan, de manera articulada, intención y acción innovadora y transformadora.

INTRODUCTORY NOTE

ENG

Based on theoretical frameworks that underlie the organization and educational action and, therefore, that are supported by the conceptions and models of teaching and learning on which they are based, daily school lives seem to incorporate in an increasingly visible way desires, virtues, constraints and possibilities of a contemporary society marked by unpredictability, constancy and virtually unlimited access to information.

Never, as today, has the classroom been everywhere – at school, at the museum, in virtual environments, on mobile phone, at home – and never, as today, has the classroom had so much diversity – social, cultural, curricular and methodological, but also of learning, participation, wills and attitudes. This *new* classroom claims for renewal, transformation and innovation of educational praxis for knowledge construction, by and for all, challenging teachers and students to be, increasingly, main actors and authors of teaching and learning processes:

What has become apparent is the need for teachers to be prepared to deal with a diverse student population, with different needs and expectations, and to be able to teach them in ways that are more interactive and aligned with the demands of the twenty-first century education. (Flores, 2017, p.2)

The demands of a reality marked by “unprecedented challenges – social, economic and environmental – raised by fast globalization and an accelerated rate of technological developments” (OECD, 2018, p. 2) also provide opportunities to mobilize skills that promote personal, professional and community development. In this context, instilling, problematizing, formulating, analyzing, relating, reflecting, synthesizing, generalizing, solving, justifying and doubting, in a consistent and coherent way, cannot fail to be considered as privileged and indispensable processes to the act of learning and, consequently, to the act of teaching. In this perspective, mathematics, with its own knowledge, its methods, its processes and its resources, presents itself unquestionably as a privileged disciplinary field for creative human action, thus contributing to the equilibrium and sustainability of future societies. (Aragay, 2017)

In addition to the variety of curricular proposals

for specific purposes, the implementation of intra or interdisciplinary intervention projects, the development of properly framed pedagogical experiences and the valorization and dissemination of best mathematical practices, there is, concomitantly, a remarkable investigative production focused on the multiple aspects involved in teaching and learning this subject at all educational levels. These dynamics, as well as their results, cannot and should not be neglected by teachers and decision-makers, for the benefits they may mean in the still necessary ideological deconstruction that thinking and acting mathematically is only for some – unfounded epistemological, praxeological and even axiologically belief – and in the development of effective conditions for the success of all in this disciplinary area. (NCTM, 2017)

More than an invitation to reflection, the texts that make up this thematic issue will provide an opportunity for conceptual, procedural and attitude (re)elaboration, inherent in the implementation of (not only) mathematical practices and learning environments, that combine, in an articulated manner, innovative and transformative intention and action.

LA GRANDE
ILLUSION

A GRANDE
ILUSÃO¹

Nuno Crato²

Cemapre - REM, ISEG, Universidade de Lisboa

Resumo:

A recente pandemia tornou evidentes para quase todos nós as grandes vantagens do ensino presencial e as grandes limitações do ensino remoto. Mas vale a pena visitar um pouco as ilusões que estavam por detrás de alguma encomiástica defesa do ensino remoto, pois esse debate, que hoje encontra suporte em dados científicos, pode levar-nos a melhorar tanto o ensino presencial como a minorar inconvenientes do ensino remoto. Essa melhoria é tanto mais importante quanto a pandemia nos trouxe atrasos ou mesmo retrocessos no esforço educativo. Com base em investigação científica muito recente, defende-se neste artigo que a resposta aos inconvenientes da pandemia não pode ser apenas manter os estudantes ocupados e em contacto com a escola e a aprendizagem. A resposta deve ser acelerar o ritmo e a qualidade da educação. Para o fazer, é ainda mais importante prosseguir um currículo exigente e ambicioso e proceder a uma avaliação de resultados frequente e rigorosa. Os meios remotos podem ser um complemento valioso do ensino presencial.

Palavras-chave:

Ensino híbrido. Ensino remoto digital. Romantismo digital. Pandemia.

Abstract:

The pandemic made visible both the great advantages of face-to-face teaching and the great disadvantages of remote learning. It is nevertheless interesting to revisit a few illusions behind some hagiographic defence of remote learning. Today, this debate can be supported by scientific evidence and it can lead to improvements both in the face-to-face and in the remote teaching. These improvements are more than necessary at this moment, as the pandemic brought about serious delays in the learning processes. With support on recent scientific research, this paper sustains that the answer to the pandemic cannot be to just keep students in contact with school activities. The answer ought to be to accelerate the educational pace and to improve the educational quality. For this purpose, we need an ambitious and rigorous curriculum and frequent and reliable student evaluations. Remote learning should not be separated from the general learning process but integrated in it and seen as a complement to face-to-face schooling.

Keywords:

Blended learning. Digital remote teaching. Digital romanticism. Pandemic.

1 - Título inspirado no filme homónimo de 1937 de Jean Renoir (1894-1979) sobre as ilusões da Grande Guerra e o contraste entre pessoas altamente educadas que, de diferentes nacionalidades, conseguem encontrar uma linguagem e referências comuns, e soldados que não tiveram a sorte de adquirir uma educação mais ampla e que, por isso, têm dificuldade em comunicar e encontrar pontos de referência comuns, tanto entre compatriotas como, por maior razão, entre soldados de diferentes nacionalidades, mesmo aliadas.

É curioso notar que Jean Renoir era um grande defensor da política de esquerda socialista e comunista da Frente Popular, que esteve no poder em França entre 1936 e 1938. Registe-se o paralelo com Antonio Gramsci (1891-1937), fundador do partido comunista italiano, que defendia convictamente a necessidade de uma educação clássica exigente, como forma de possibilitar aos filhos dos trabalhadores alcançarem os meios de desenvolverem a sua formação. Veja-se Entwistle, 2009. Este artigo utiliza largamente ideias e, com a devida autorização do editor e da organizadora deste número da revista *Saber & Educar*, trechos do capítulo que escrevi para o livro coletivo *Pensar o Futuro – contributos para uma reflexão sobre a pós-pandemia em Portugal*, Porto Editora, 2020.

2 - Professor Catedrático de Matemática e Estatística no ISEG, Universidade de Lisboa, presidente da Iniciativa Educação e ministro da Educação e Ciência entre 2011 e 2015. Autor de vários estudos críticos sobre educação, organizou recentemente *Improving a Country's Education: PISA 2018 Results in 10 Countries*, Springer, 2020.

A grande inquietação

À data de hoje – escrevo em outubro de 2020 – assistiu-se já à reabertura das escolas, depois do seu fecho, em março, e do confinamento de alunos e professores às suas residências.

O primeiro momento de fecho apanhou-nos de surpresa. Em vésperas das férias da Páscoa as escolas fecharam, e os contactos remotos entre professores e alunos começaram imediatamente. Reencontrámo-nos então de uma forma diferente e, para a grande maioria, completamente desconhecida. Se é verdade que muitos utilizavam já plataformas digitais, a realidade é que pouquíssimos tinham sequer tido uma aula completa online ou passado horas seguidas interagindo em tarefas escolares frente a um ecrã. Fez-se o que se pôde. E fez-se muito.

Hoje, vivemos um momento diferente. À semelhança do que se passa em quase todo o mundo, recomeçamos o ensino presencial. Nuns casos, esse ensino é híbrido ou misto (*blended*), alternando momentos presenciais com momentos remotos – como acontece na maioria dos institutos politécnicos e universidades. Noutros casos, o ensino é essencialmente presencial – como acontece na larga maioria das escolas do ensino básico e secundário. Mas em todas as situações, o elemento comum é a redução dos contactos diretos, a perda de elementos afetivos e sociais de comunicação e, sobretudo, uma grande inquietação sobre o que se irá passar nos próximos tempos.

3 - Estes meses tornaram também claro que a ideia dos “nativos digitais” é um mito, como já há alguns tempos os investigadores vinham denunciando. Ver, por exemplo, Kirschner & De Bruyckere (2018).

4 - Sobre este termo e o conceito permito-me referir o meu trabalho Crato (2006).

5 - Numa famosa referência a Ramsay MacDonald (1866-1937), William Churchill terá dito “The prime minister has the gift of compressing the largest amount of words into the smallest amount of thought”. Park 1993, p. 101.

Nada substitui o ensino presencial

Há certamente muitas lições a retirar desta nossa experiência — inédita e de uma dimensão mundial. Mas em termos de ensino julgo que a grande lição a retirar é simples: nada, mas mesmo nada substitui o ensino presencial.

Durante anos, muitos profetas andaram a prometer o admirável mundo novo do ensino remoto digital. Seria mais vivo, mais criativo; entusiasmaria mais os jovens, esses novos “nativos digitais”³. Permitiria, finalmente, desenvolver o ensino personalizado, o ensino ativo e crítico, em que o “aprendente” seria o “sujeito ativo do seu processo de construção do conhecimento” e não mais um “recetor acrítico de uma mera transmissão de informações”, típica de uma adormecedora e “passiva sala de aula”. Finalmente, o ensino deixaria de se concentrar em “disciplinas e saberes arbitrariamente espartilhados” e “meramente debitados” em antiquadas salas de aula. Ir-se-iam desenvolver as almeçadas “competências do século XXI”, nomeadamente o “sentido crítico” e a “criatividade”, até então amordaçados pela transmissão de conhecimentos ultrapassados e impróprios de um século em que já não interessaria propriamente o saber disperso, mas sim “aprender a aprender”. Extraordinário!

Ironizo?! Claro que ironizo. E uso propositadamente uma terminologia com a qual não me identifico e a que tenho chamado “eduquês”⁴. Mas não consigo reproduzi-la com todo o estilo prolixo e barroco que se tornou moda em alguns ambientes educativos. Um estilo que, afinal, expande de forma floreada ideias limitadas e muito repetitivas. No famoso dito de Churchill, condensa o máximo número de palavras no mínimo de pensamento⁵.

Hoje, que praticamente todos os professores e todos os alunos, portugueses e do mundo inteiro, foram privados do ensino presencial pleno, será difícil encontrar quem não tenha saudades da sala de aula com interação direta de alunos e professores.

A sala de aula, com o seu contacto imediato, vivo,

de olhos nos olhos, com a percepção simultânea de toda a turma e de cada um dos seus elementos, com a possibilidade de se comunicar por puros gestos, por simples posturas, por palavras, com a possibilidade de interagir de forma múltipla, por aproximação física, de acompanhar as incompreensões e hesitações dos alunos, de esclarecer de imediato as dúvidas, é o local privilegiado de ensino. A sala de aula é o local social por que todos hoje ansiamos.

Tudo o que sabemos sobre o ensino remoto indica que este pode prejudicar significativamente os alunos

Há, como é evidente, muita literatura científica sobre as características e a descrição das vantagens do ensino a distância. Mas há ainda pouca investigação que compare o ensino presencial e o ensino remoto. Com o advento da internet e a generalização dos meios digitais, surgiram muitas plataformas de ensino a distância, muitas cadeiras ou cursos oferecidos remotamente, como é o caso dos chamados MOOC (*massive open online courses*). Mas a comparação entre a eficácia dos dois meios não é fácil e não há muitos estudos sólidos que o façam. Há, em contrapartida, muitos estudos opinativos.

De facto, é fácil generalizar, refletir, opinar, partir de pequenas experiências e de muitas convicções,

por vezes puramente ideológicas, e defender apaixonadamente um dos sistemas de ensino, nomeadamente o remoto, pois é esse que desperta mais paixões de mudança. Esse tipo de trabalhos de natureza ensaísta são muito comuns em educação. Mas é mais difícil ter observações empíricas de dimensão apreciável, naturalmente tratadas estatisticamente de forma a delas ser possível retirar conclusões sólidas. É difícil pela própria natureza dos estudos sociais e dos estudos de educação. Não é fácil realizar estudos experimentais, tal como não é fácil criar grupos de controlo para comparar as amostras. Habitualmente, subsiste o chamado problema de seleção, que consiste em ser involuntariamente diferente a natureza dos participantes no grupo de intervenção e no grupo de controlo. Quando isso acontece, as variáveis confundem-se e não se conseguem destringir com segurança as causas da mudança.

É por isso perceptível que sejam relativamente poucos os estudos e poucas as conclusões. Como muitas vezes acontece, a maior parte dos resultados existentes derivam de observações e experiências feitas nos Estados Unidos, nomeadamente no ensino universitário, onde mais de um terço dos estudantes tinha já participado pelo menos uma vez num curso (cadeira) feito de forma remota. Tais estudos⁶ apontam sobretudo para duas conclusões, muito relevantes para a nossa discussão. A primeira é que o ensino remoto se revela um pouco menos eficiente que o ensino presencial, isto é, com esforço e qualidade de materiais e de lecionação semelhantes, os estudantes obtêm em geral melhores resultados no ensino presencial⁷. A segunda conclusão é que os alunos menos bem preparados são os mais prejudicados com o ensino online. Como há uma correlação forte entre as dificuldades dos estudantes e a sua condição sócio-económica, isso traduz-se num prejuízo ainda maior para os mais desfavorecidos.

6 - Ver uma revisão recente da literatura em <https://www.iniciativaeducacao.org/pt/ed-on/ed-on-artigos/sera-a-distancia-igual-para-todos> . Entre os estudos originais destacam-se Bettinger et al. (2017), Cacaault et al. (2019) e Figlio et al. (2013).

7 - Especialmente interessante por trazer dados sobre o ensino secundário (high school) nas escolas independentes (charter schools) nos Estados Unidos é o estudo Woodworth (2015), que revela perdas nos cursos online. Um estudo mais recente com cerca de 10 mil alunos chineses e russos recomenda também prudência: "we need to be careful about using EdTech as a full-scale substitute for the traditional instruction" (Fairlie & Loyalka, 2020).

A pandemia está a trazer menos conhecimento e menos formação

Peritos da McKinsey publicaram recentemente previsões sobre o impacto da pandemia na educação⁸. Classificaram a população estudantil em três níveis: os que beneficiam de uma educação remota de qualidade elevada e média, os que apenas obtêm educação remota de fraca qualidade, e os que abandonariam a escola ou na prática desistiram dos estudos.

De acordo com as projeções da McKinsey, se o sistema apenas reabrir plenamente em janeiro de 2021, cenário infelizmente plausível embora pessimista, os estudantes que tiverem uma educação remota de qualidade elevada e média, acabarão por perder o equivalente a três ou quatro meses de escola. Os que tiverem um ensino online de baixa qualidade, acabarão por perder o equivalente a sete a onze meses de escola. E os que na prática desistirem dos estudos acabarão por perder o equivalente a treze a quatorze meses de escola, ou seja, acabarão pior do que estavam antes da pandemia.

Num relatório igualmente recente, o Banco Mundial fez previsões semelhantes (Azevedo 2020). Segundo este relatório, os alunos irão perder entre 0,3 e 0,9 anos de estudo. Em termos económicos, isto significará uma redução média de rendimento anual para estes estudantes que pode atingir 1408 dólares. A percentagem mundial de jovens de cerca de 15 anos que se situam abaixo do chamado nível mínimo de proficiência (minimum level of proficiency) poderá subir de 40% para 50%.

Que se passará em Portugal? Temos alguns dados que apontam para uma taxa de cobertura digital da população estudantil apenas na ordem dos 75%. São dados anteriores a março de 2020. Isso significa que quase um quarto dos estudantes iniciou o seu

confinamento e as suas aulas online sem meios informáticos que lhe permitissem acompanhar as aulas e as instruções dos professores. A situação melhorou graças a programas oficiais, camarários e filantrópicos, que permitiram estender o acesso à internet e o uso de plataformas digitais por muitos estudantes. Mas não sem limitações e não sem grandes esforços das famílias.

Um estudo recente da OCDE feito pelos economistas Eric Hanushek e Ludger Woessmann revela que a perda de conhecimento e formação dos jovens virá provavelmente a transformar-se numa perda de rendimento futuro que pode alcançar 3% ao ano (Hanushek & Woessmann 2020). As contas são feitas com base na estimativa do impacto médio da formação no crescimento das economias e no rendimento dos jovens. São estimativas médias, mas constituem a melhor previsão que a ciência neste momento nos oferece. As estimativas do aquecimento global são também estimativas falíveis, mas acredita-se nelas por constituírem o melhor que a ciência nos oferece. E atua-se, ou dever-se-ia atuar em função dessas estimativas. Estes autores concretizaram os resultados para o caso português e obtiveram números igualmente preocupantes. O seu estudo está disponível na página de artigos da *Iniciativa Educação*⁹.

Atuemos então. Qual a decisão mais racional? Certamente será tentar recuperar ao máximo o tempo que não foi completamente aproveitado. E como se pode fazer isso? Acelerando a transmissão de conhecimentos e melhorando a qualidade de ensino. Para esse efeito, precisamos de um currículo exigente, ambicioso e bem estruturado e de uma avaliação de resultados que nos acrescente incentivos e nos permita saber em que ponto estamos e o que temos de corrigir. Estaremos a caminhar nesse sentido? Penso que não, pelo contrário: temos caminhado para um esbatimento e redução do currículo e para uma redução da avaliação. Não seria urgente corrigir o caminho?!

8 - <https://www.mckinsey.com/industries/public-sector/our-insights/covid-19-and-student-learning-in-the-united-states-the-hurt-could-last-a-lifetime#>

9 - <https://www.iniciativaeducacao.org/pt/ed-on/ed-on-artigos/os-reais-custos-do-encerramento-das-escolas>

Nada de novo no romantismo digital

Todos estes dados e todas as dificuldades que atravessamos são uma dura chamada à realidade.

Mas o romantismo educativo é tão persistente que vale a pena citar alguns exemplos do passado. Perdoem-me aqueles que já me leram ou ouviram referir estes ou outros exemplos.

Começemos pelo que dizia há tempos um grande inventor norte-americano: “em breve os livros serão obsoletos no ensino público. Os estudantes serão instruídos pela visão. É possível ensinar todos os ramos do conhecimento humano através de filmes. O nosso sistema estará completamente transformado daqui a dez anos.”¹⁰

Se o leitor julga que reproduz observações de Bill Gates ou de Steve Jobs, engana-se. E engana-se em um século. Quem fez a ousada afirmação foi Thomas Edison, em 1913. Pelos vistos, as notícias da morte dos livros estavam exageradas...

Citemos outro exemplo: “o professor tradicional é substituível por sistemas digitais, as máquinas podem encarregar-se da didáctica (...) será ainda necessário ensinar alguma coisa aos estudantes: não conteúdos, mas sim como se usam os sistemas digitais”.

Mais uma vez, se o leitor julga que reproduz afirmações contemporâneas de algum criador do mundo digital, engana-se. Quem fez estas afirmações foi o filósofo pós-moderno francês Jean-François Lyotard, em 1979¹¹.

Estas ideias aparentemente ousadas traduzem-se hoje na crença de que a transmissão de conhecimentos está ultrapassada e se deve, em alternativa, desenvolver o pensamento crítico e a capacidade de estudar e de aprender. Estando a informação disponível na internet, ao toque dos dedos, não interessaria

sobrecarregar a memória. Em vez disso, dever-se-ia desenvolver o raciocínio. Ou seja, de acordo com essa perspectiva tão difundida nos dias de hoje, “as pessoas cultas não são aquelas que sabem tudo, mas sim as que são capazes de encontrar, de um momento para o outro, a informação de que precisam”.

Há uma falha grave neste raciocínio, e muita gente não o deteta, pois facilmente se convence que a internet e os motores de busca mudaram tudo. Mas para procurar informação e dar-lhe sentido é preciso ter conhecimento que enquadre essa informação. A diferença entre conhecedores de uma matéria e ignorantes dela revela-se na facilidade ou na dificuldade com que, encontrando nova informação, ela é incorporada, entendida e utilizada. O que significa que *é necessário conhecimento para poder integrar mais conhecimento* (Ver, e.g., Kirschner & Hendrick 2020 e Dehaene 2018). É por isso esclarecedor e irónico verificar que a afirmação acabada de citar antecede a internet e tem mais de um século¹²: é de um almanaque de 1914!

10 - “Books will soon be obsolete in the public schools. Scholars will be instructed through the eye. It is possible to teach every branch of human knowledge with the motion picture. Our school system will be completely changed inside of ten years”.

11 - “the traditional teacher is replaceable by memory banks, didactics can be entrusted to machines (...). The students will still be taught something; not contents, but how to use terminals.” Lyotard 1979, p. 94.

12 - “Educated people are not those who know everything, but rather those who know where to find, at a moment’s notice, the information they desire.” *The Expositor and Current Anecdotes*, 1914.

A internet trouxe-nos necessidade de mais conhecimento, não o contrário

Vale a pena insistir um pouco sobre este tema. De facto, a internet, a Wikipédia e os motores de busca trouxeram algo de novo na procura e assimilação da informação. Trouxeram-nos rapidez, certamente. E facilidade de encontrar informação, também certamente. Mas o impacto destas mudanças é exatamente o contrário do que muitas vezes se diz.

Para procurar informação – que está facilmente acessível – é necessário saber o que procurar. Se quisermos saber, por exemplo, quais são as cidades mais importantes de determinado país precisamos de saber o que queremos dizer por “importantes”. Estamos à procura do número de habitantes, da produção industrial, de outro índice de atividade económica, do número de conexões aéreas ou da atividade cultural?

Se quisermos saber, para dar outro exemplo, como se escreve a palavra “emigração” temos de ter uma ideia do seu significado pois podemos encontrar “imigração” sem perceber que se estamos a encontrar uma palavra de significado diferente. Confusão semelhante pode ser feita entre “descurar” e “descorar” e tantos outros pares de palavras parónimas.

Nestes dois casos, a pressão da rapidez de informação que é apanágio da internet pode levar a confusões embaraçosas. O estudante pode limitar-se a fazer uma listagem de cidades ou pode falar dos seus amigos da escola que vieram da Ucrânia e são “emigrantes” em Portugal... As mesmas confusões podem resultar do uso de meios tradicionais, livros ou dicionários, mas nestes últimos casos a procura

que se faz é habitualmente mais lenta, ponderada e contextualizada.

Mas procuremos exemplos mais sérios. Imagine-se que um jovem está a pesquisar informação para fazer um trabalho sobre as relações entre portugueses e galegos, que tinha ouvido dizer serem em geral cordiais, mas terem em tempos degenerado em confrontos armados. E imaginemos que procura no google “guerras da galícia”. A primeira entrada que encontra é “Batalha da Galícia – Wikipédia, a enciclopédia livre”¹³. Começa a ler e depara-se com a seguinte frase enigmática “foi a maior batalha travada entre o Império Russo e o Império Austro-Húngaro durante os primeiros estágios da Primeira Guerra Mundial em 1914”.

O leitor estará já a suspeitar de algo estranho. Conhecedor de geografia ou de história percebe imediatamente a confusão. Mas o jovem, que não sabe como foi o envolvimento dos ibéricos na Grande Guerra, imagina que russos, que sabe residirem longe de nós, terão vindo confrontar-se com austro-húngaros algures na península. Como se trata de um trabalho para a escola, procura mais informação e repara que essa entrada da Wikipédia remete para um artigo disponível online (Great battle for Galicia). Sabendo inglês, que desde 2014 é disciplina obrigatória a partir do 3.º ano de escolaridade, o nosso jovem avança para a sua leitura e descobre que “the Austro-Hungarian armies concentrated in Galicia went westwards, to Cracow”.

O leitor deste meu texto começa, no mínimo, a pensar que é estranho ir-se do norte de Portugal para Cracóvia rumando oeste.

Mas o nosso jovem, que desconhece Cracóvia, prossegue e mais à frente lê “beginning of the retreat of the 5th Army to the line Krasnostaw-Vladimir-Volynsk”. Procurando conscienciosamente completar a sua informação, tenta encontrar no mapa Cracow e Krasnostaw. Encontra a primeira, mas a segunda já não se escreve da mesma forma e é redirecionado para Krasnystaw, na fronteira entre a Polónia e a Ucrânia. Muitos jovens pararão aqui, surpresos. Mas há jovens que não têm ideia da localização destes dois países. E aceitam o que leem.

O que se passou é evidente para qualquer pessoa com alguma cultura histórica e geográfica: não se está a falar da nossa Galiza. E muitos leitores terão percebido que se está a falar de uma região hoje dividida entre

¹³ - Procura feita em 5 de outubro de 2020.

a Polónia e a Ucrânia, chamada Galícia. Foi um antigo reino, anexado pela Polónia em 1352, mas que continua a ter características históricas, religiosas e culturais diferenciadas.

O que há de importante neste exemplo é que, mesmo sem saber da existência da Galícia europeia oriental, uma pessoa com o mínimo de conhecimentos históricos e geográficos teria parado e questionado a informação que estava a recolher. Porque é preciso ter informação para procurar informação. E é preciso conhecimento para integrar e assimilar mais conhecimento.

A extraordinária criação que é a internet não substitui o conhecimento. Pelo contrário: exige conhecimento para ser utilizada. E talvez exija mais, pois é necessário muito conhecimento rapidamente mobilizável para interpretar a informação dispersa que se obtém quase instantaneamente na internet.

Com as novas
tecnologias,
os conteúdos
continuam a ser
o essencial do
ensino e o bom
professor não
muda: adapta-se

Declara-se frequentemente que os novos meios alteram a forma de transmissão de conhecimentos e que seria preciso modificar por completo a relação entre professores e alunos e a forma de ensinar e de aprender. Pois passa-se essencialmente o contrário: o bom ensino online terá de tentar aplicar os princípios do bom ensino presencial. O cérebro humano não muda.

O conteúdo não muda. A mensagem e os meios devem estar ao serviço dos conteúdos. Para melhor explicar o alcance deste conceito vale a pena rever duas ou três características do bom ensino.

O bom ensino é, em primeiro lugar, aquele que tem objetivos, ou seja, aquele que conhece e segue um currículo bem estruturado, disciplinas bem estruturadas, metas progressivas e claras. O que significa que seria um grave erro abandonar os objetivos curriculares e utilizar os esforços remotos apenas para ir mantendo atividades para os estudantes. As atividades, mesmo as atividades dispersas, podem ser educativas. Mas devem estar ao serviço de objetivos curriculares para se poderem integrar num caminho de progresso cognitivo.

Tudo isto significa, em particular, que *não se deve pensar em atividades remotas dissociadas das atividades presenciais*. Ao regressarmos ao ensino presencial, pode-se e deve-se tomar partido dos meios de ensino remoto. E, se formos obrigados abandonar de novo o ensino presencial ou se o praticarmos mantendo sistematicamente uma atividade remota paralela – enveredando pelo chamado ensino misto, híbrido ou *blended education*, na terminologia internacional –, esse ensino deverá integrar os dois tipos de atividades num mesmo progresso curricular. Ou seja, os objetivos serão os mesmos, tirando-se partido das vantagens de cada meio. Sem objetivos claros não será possível conjugar harmoniosamente as diferentes atividades. O bom ensino presencial necessita de bons materiais de apoio. Necessita de bons manuais escolares, com coerência nas definições, na terminologia e nas referências, com bons exercícios, com boas sugestões de atividades, com sínteses claras e com sugestões complementares enriquecedoras dos alunos. Não será preciso reinventar a roda. O bom ensino remoto tem aí – quando esses materiais existem e têm qualidade – a grande fonte da sua organização e coerência. O bom ensino presencial necessita, finalmente, da liderança do professor. O mesmo se passa com o ensino remoto – e ainda com maior razão. O professor não pode desaparecer, oculto numa miríade de projetos, leituras, trabalhos e projetos. O professor é o organizador do progresso dos alunos.

O bom ensino remoto deve basear-se nos mesmos princípios do bom ensino presencial

O bom professor está preocupado com os objetivos de longo prazo estabelecidos no currículo, e, por isso, em cada dia está preocupado com os objetivos daquele dia e daquela hora. Sabe que isso tem de ser transmitido aos alunos. O professor começa frequentemente cada aula ou cada troço novo da matéria com um apontamento sobre os objetivos imediatos – “hoje vamos completar a leitura do conto X” ou “agora vamos aprender a multiplicar polinómios” ...

O bom professor integra a nova matéria naquilo que os alunos já conhecem – “neste conto o autor estava a relatar a sua experiência de infância, reparem que ele agora vai mudar de perspetiva”, ou “multiplicar polinómios não é completamente diferente de multiplicar números, mas temos de considerar separadamente os diferentes termos” ...

Não é demais repetí-lo, pois esta é talvez a ideia mais importante da psicologia cognitiva moderna: *o novo conhecimento integra-se em conhecimento anteriormente adquirido.*

O bom professor sabe também que o cérebro humano é praticamente ilimitado, mas que as portas de entrada são estreitas. A chamada *memória de trabalho* (ou memória de curto prazo) comporta em simultâneo um número muito reduzido de componentes. Por isso, é necessária atenção para apreender o que importa. E a necessidade de atenção não mudou com os novos tempos.

Está muito difundida a ideia errónea de que a nova geração teria grande facilidade em praticar *multitasking*, ou seja, em concentrar-se simultaneamente em mais

coisas do que a antiga geração e, com isso, conseguiria progredir com muitas distrações em paralelo. Toda a investigação moderna sabe que isso é falso e que é necessário levar os jovens a concentrarem-se nos temas em discussão (Caldas e Rato, 2020, p. 98 e seguintes). Ora uma das maiores queixas de professores e de alunos é que, no ensino online, é mais difícil resistir a distrações. O bom professor está sempre ativo, interagindo com seus alunos. O diálogo que mantém serve para muito mais do que lhes chamar a atenção. Serve para perceber o seu entendimento dos conceitos, as dificuldades que vão debruçando e o que necessitam de perceber e de aperfeiçoar.

O bom professor sabe ainda que a avaliação é um auxiliar da compreensão. Isso é mais evidente na chamada avaliação formativa do que na avaliação sumativa, feita com o objetivo de produzir uma classificação dos alunos, mas é verdade em todas as formas de recuperação de conhecimento – o chamado *retrieval*, na terminologia internacional. Por isso, tanto no ensino presencial como no ensino remoto o professor recorre frequentemente aos trabalhos e aos testes.

O bom professor conhece, finalmente, princípios essenciais da aprendizagem, princípios tais como o espaçamento da recuperação da informação, a alternância e os tempos ótimos de concentração. No ensino remoto, estes princípios são ainda mais importantes. É fundamental que as sessões sejam curtas e frequentes, é importante que os alunos alternem atividades, é decisivo que o seu conhecimento seja frequentemente testado.

Tudo isto revela a dificuldade do ensino remoto. Tudo isto é mais simples de alcançar no ensino presencial. Mas não haverá então nenhuma vantagem no recurso às novas tecnologias?

Meios presenciais e remotos devem servir os mesmos objetivos, tirando partido das vantagens de cada um

Todos aprendemos muito nestes últimos meses. Professores e alunos - não todos, mas a sua larga maioria - aprenderam a utilizar novas ferramentas digitais, aprenderam a contactar remotamente quando necessário, assimilaram novas ferramentas de estudo e encontraram vantagens em meios digitais. Professores e alunos tiveram novas experiências.

Os fabricantes de instrumentos digitais e as empresas de software também aprenderam. Hoje, utilizamos o Skype, o Teams, ou o Zoom, com que há anos não sonhávamos. Não há razão para pensar que os progressos nessas áreas não serão ainda maiores agora, acelerados pela experiência de muitos milhões de alunos e de muitos países. As grandes editoras aprenderam também muito. Estão agora mais preocupadas com os materiais digitais de apoio, estão mais focadas em produzir elementos digitais para os alunos, completando os manuais escolares. Estes instrumentos, que hoje são já muito mais do que um livro e alguns acessórios, serão cada vez mais um

conjunto que inclui recursos digitais, trabalhos online, sistemas de avaliação adaptativa digital (Christodoulou 2020, p. 61 e passim), processos de interação automática entre professores e alunos, ligações a filmes, software educativo, exemplificações e animações.

Nesse sentido nada será igual. E ainda bem. O século XXI está já a trazer-nos uma revolução digital com que não sonhávamos. Não sabemos prever tudo o que os novos meios digitais nos trazem, mas devemos saber tirar lições da experiência.

Com a natural subjectividade que tal exercício sempre traz, tiraria três ilações da atual experiência.

Em primeiro lugar, o contacto entre professores e alunos vai alargar-se muito para lá da sala de aula. Professores e alunos vão recorrer cada vez mais a plataformas digitais para comunicar, esclarecer dúvidas, anunciar atividades, fixar tarefas, colaborar, apresentar trabalhos e estudar.

Em segundo lugar, à medida que os jovens vão avançando no seu percurso escolar será possível exigir-lhes mais autonomia de estudo e maior cooperação. No ensino secundário, em particular, essa autonomia pode crescer muito. Mas é preciso ter em conta um princípio fundamental da psicologia educativa: a aplicabilidade de métodos de ensino mais diretivos ou de métodos com maior autonomia dos estudantes não deriva da sua idade, mas sim do estágio de desenvolvimento relativo ao tema em causa¹⁴. Assim, por exemplo, para os alunos que se estão a iniciar no estudo de uma língua estrangeira, é essencial um ensino muito estruturado e dirigido, de forma a que eles rapidamente se familiarizem com as bases dessa língua. Pelo contrário, para os alunos que já dominem o essencial do vocabulário e da estrutura gramatical será vantajosa uma maior autonomia, através de leituras, da escrita de pequenas redações ou mesmo de pequenos ensaios. O mesmo se passa com a matemática, a história ou qualquer outra matéria.

Em terceiro lugar, a escolha entre meios presenciais e remotos, ou diretos e digitais, passará a ser feita com maior liberdade e melhor critério. Na realidade, a associação que muitas vezes se diz existir entre o ensino presencial e a aula entediante é tão falsa como a associação entre o ensino remoto e a autonomia ou criatividade. Nem uma aula tem de ser necessariamente aborrecida nem o ensino digital é necessariamente estimulante. Os meios servem a transmissão dos

conteúdos e o desenvolvimento das capacidades dos estudantes¹⁵. Em certos momentos e para certos propósitos uns meios são melhores que outros.

Pensemos, por exemplo, na visualização de uma figura tridimensional em matemática. É habitualmente muito mais fácil visualizar tal figura em software geométrico que permita rodar as figuras no espaço do que estar a fazê-lo em sucessivos desenhos imperfeitos no quadro da sala de aula. Pensemos, para dar outro exemplo, na diversidade de pronúncias de uma língua. Será mais fácil perceber essa diversidade se o aluno ouvir uma gravação ou um diálogo, mesmo em meios como o YouTube, do que se o professor tentar, quase certamente de forma imperfeita, vocalizar as diversas pronúncias. Ou pensemos no ensino inicial de um algoritmo matemático. É mais eficiente fazê-lo em direto, através da resolução de um problema-exemplo frente aos alunos, do que fazê-lo de forma remota ou indicando aos alunos locais da internet onde se podem esclarecer.

Em conclusão, o futuro traz-nos mais diversidade, mais meios, mais experiências. A chave está em saber aproveitar essas novas vantagens e não em destruí-las, reinventando tudo. O ensino presencial pode e deve ser enriquecido pelo ensino remoto e pelos novos meios digitais. Mas todas as formas de ensino devem estar ao serviço dos mesmos objetivos curriculares e integrar-se nesses objetivos. Assim, a escolha da forma particular de ensino deve ser determinada em cada momento pela sua maior eficácia, pelo conteúdo que se pretende transmitir e pela capacidade que se pretende desenvolver.

Referências

- Azevedo, J. P. et al. (2020). Simulating the Potential Impacts of COVID-19 School Closures on Schooling and Learning Outcomes: A Set of Global Estimates, *World Bank Policy Research Working Paper WPS 9284*, Washington, D.C.: World Bank Group.
- Bettinger, E.P. Fox, L. Loeb S. & Taylor, E.S. (2017). Virtual Classrooms: How Online College Courses Affect Student Success?, *American Economic Review*, 107 (9), 2855-2875.
- Bissonnette, S. Gauthier, C. & Castonguay M. (2016). *L'enseignement explicite des comportements. Pour une gestion efficace des élèves en classe et dans l'école*, Montréal: Chenelière Éducation.
- Caldas, A. Castro & Rato, J. (2020). *Neuromitos – Ou o que Realmente Sabemos Sobre Como Funciona o Nosso Cérebro*, Lisboa: Contraponto.
- Cacault, M.P. Hildebrand, C. Laurent-Lucchetti, J. & Pellizzari, M. (2019). Distance Learning in Higher Education: Evidence from a Randomized Experiment, *IZA Discussion Papers 12298*, Institute of Labor Economics (IZA).
- Christodoulou, D. (2020). *Teachers Vs Tech: The Case for an Ed Tech Revolution*, Oxford, UK: Oxford University Press.
- Crato, N. (2006). *O 'Eduquês' em Discurso Direto: Uma Crítica da Pedagogia Romântica e Construtivista*, Lisboa: Gradiva.
- Dehaene, S. (2018). *Apprendre*, Paris: Odile Jacob.
- Entwistle, Harold (1979). *Antonio Gramsci: Conservative Schooling for Radical Politics*, London: Routledge.
- Fairlie, R., Loyalka, P. (2020). Schooling and Covid-19: lessons from recent research on EdTech. *npj Sci. Learn.* 5, 13 <https://doi.org/10.1038/s41539-020-00072-6>
- Figlio, D., Rush, M. & Yin, L. (2013). Is It Live or Is It Internet? Experimental Estimates of the Effects of Online Instruction on Student Learning, *Journal of Labor Economics*, 31 (4), 763-784.
- Hanushek, E. & Woessman, L. (2020). “The economic impacts of learning losses”, *Education Working Papers*, No. 225, OECD Publishing, Paris, <https://doi.org/10.1787/21908d74-e>
- Kirschner, P.A. & De Bruyckere, P. (2017). The myths of the digital native and the multitasker. *Teaching and Teacher Education*, 67, 135-142, 2017.
- Kirschner P.A. & Hendrick, C. (2020). *How Learning Happens: Seminal Works in Educational Psychology and What They Mean in Practice*, Londres: Routledge.
- Lyotard, J.-F. (1979) *La condition postmoderne*, partie 12., agora in V. K. Chrome & J. Williams

(2006), (eds.) *The Lyotard Reader & Guide*, Nova Iorque, Columbia University Press.

Mayer, R.E. (2011). *Multimedia Learning (Third Edition)*, Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Park, B.E. (1993). *Ailing, Aging, Addicted: Studies of Compromised Leadership*, Lexington, KY: University Presses of Kentucky.

Woodworth, J. (2015). *Online Charter School Study*, Credo, Stanford University. https://credo.stanford.edu/sites/g/files/sbiybj6481/f/online_charter_study_final.pdf

A FORMAÇÃO
INICIAL DE
PROFESSORES PARA
UMA EDUCAÇÃO
INTERDISCIPLINAR
– O EXEMPLO DO PROJETO EDUPARK¹

Teresa B. Neto

Departamento de Educação e Psicologia | Universidade de Aveiro | CIDTFF

Lúcia Pombo

Departamento de Educação e Psicologia | Universidade de Aveiro | CIDTFF

Resumo:

A formação inicial de professores na atualidade deve contemplar o desenvolvimento de competências docentes fundamentais para a promoção de modelos de educação interdisciplinar, enfatizando e promovendo a convergência de conhecimentos de várias áreas disciplinares. Neste artigo apresenta-se uma experiência de formação interdisciplinar, no âmbito da formação inicial de professores na Universidade de Aveiro, “vivida” no Projeto EduPARK, por estudantes do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico. Esta experiência demonstra que o recurso à Realidade Aumentada (RA) é uma estratégia promissora na promoção de um modelo de educação interdisciplinar, através da criação de guiões didáticos, sua implementação em contexto escolar e sua avaliação.

Palavras-chave:

Formação de professores. Abordagem interdisciplinar. Realidade aumentada.

Abstract:

The initial teacher training currently comprises the development of crucial teaching skills for the promotion of models for interdisciplinary education, emphasizing and promoting the convergence of knowledge from various disciplinary areas. This paper presents an experience of interdisciplinary training, within the scope of initial teacher training at the University of Aveiro, “lived” within the EduPARK Project, by students of the Master in Teaching of the 1st Cycle of Basic Education and of Mathematics and Natural Sciences of the 2nd Cycle of Basic Education. This experience demonstrates that the use of Augmented Reality (AR) is a promising strategy in promoting an interdisciplinary education model, through the creation of pedagogical guides, its implementation in the school context and its evaluation.

Keywords:

Teacher training. Interdisciplinary approach. Augmented reality.

Introdução

A educação interdisciplinar é uma exigência da atualidade (Quarta Revolução Industrial) em que as novas tecnologias têm um papel fundamental nas nossas vidas. Estamos a referir-nos à Inteligência Artificial (IA), à Realidade Virtual (RV), *Network 5G...*, que implicam grandes mudanças a nível económico, social e cultural (Schwab, 2017). Consequentemente a formação de professores deve promover competências profissionais que lhes permitam desenvolver nos seus alunos essa educação interdisciplinar, no sentido de formar cidadãos críticos e competentes para fazer frente às grandes mudanças provocadas pelo atual mundo tecnológico.

Lew (2019) afirma que para sustentar a Quarta Revolução Industrial é fundamental educar os alunos a estabelecerem conexões entre conhecimentos de várias áreas, em detrimento do domínio de conhecimentos fragmentados, no sentido de uma educação interdisciplinar, promovendo várias competências, nomeadamente: cognitivas (pensamento crítico, criatividade, resolução de problemas); sociais (saber trabalhar em rede); autoaprendizagem (através de uma estreita ligação ao Mundo circundante). Entre outros aspetos, a Educação interdisciplinar passa também por incentivar os alunos a pensar em tarefas novas, em conjunto com os seus colegas ou sozinhos, em ambientes contextualizados e reais, indo para além da aprendizagem isolada das disciplinas tradicionais, e proporcionar uma convergência entre atividades curriculares.

A investigação que temos vindo a desenvolver, no contexto do projeto EduPARK, tem demonstrado a importância de proporcionar experiências com o foco na convergência entre várias áreas de conhecimento, em especial na formação de professores para o Ensino Básico. O recurso à Realidade Aumentada (RA) é uma estratégia promissora na promoção da convergência entre áreas curriculares, como a Matemática, Ciências, mas também História, Arte e mesmo cultura geral (Vidal, Ty, Caluya & Rodrigo, 2019). O conceito de RA define-se como uma tecnologia que permite a sobreposição, composição e visualização de objetos virtuais em ambientes do mundo real, em tempo real (Sungkur, Panchoo & Bhoyroo, 2016; Vidal, Ty, Caluya & Rodrigo, 2019). Estudos nesta área mostram que a RA está a entrar no mundo educacional e é necessária mais investigação para melhor compreender os benefícios que esta tecnologia pode trazer em contextos de ensino e de aprendizagem (Botana, Kóvacs, Martinez - Sevilla & Recio, 2020).

A nossa interação com os estudantes (futuros professores) dos mestrados profissionalizantes, tem reforçado resultados da investigação na área de que, para além de conhecimentos didáticos, é fundamental munir os professores com um conjunto de competências pessoais que lhes permitam lidar com situações complexas em contexto real (Godino, Giacomone, Batanero & Font, 2017).

Neste artigo apresenta-se uma experiência de formação interdisciplinar, no âmbito da formação inicial de professores na Universidade de Aveiro, “vívuda” no Projeto EduPARK, por estudantes do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico. Começa-se por se fazer um breve enquadramento sobre a Formação de Professores e depois passa-se à apresentação e descrição do Projeto EduPARK, enquanto contexto de convergência de atividades curriculares. Faz-se uma breve apresentação da visita virtual ao Parque Infante D. Pedro, enquanto potencial contexto de exploração pedagógica em período de pandemia e depois passa-se à apresentação de exemplos de experiências de formação inicial de professores, necessárias a uma Educação interdisciplinar. O artigo culmina com uma reflexão global sobre a formação inicial de professores para uma Educação interdisciplinar.

A Formação Inicial de Professores – Desafios para uma integração de saberes

Atualmente assiste-se a mudanças sociais sem precedentes, mudanças essas que colocam desafios complexos ao Sistema Educativo, atendendo a que a Escola deve preparar o indivíduo para os desafios complexos da sociedade atual (Quarta Revolução Industrial). A sociedade exige a promoção de uma Educação que estabeleça interligações entre várias áreas de conhecimento, de forma integrada e entre o indivíduo e a sociedade. No documento intitulado “Future of Education and Skills 2030” (OCDE, 2019), pode ler-se:

“Students can learn to connect different disciplines through thematic learning. In an effort to avoid curriculum overload, some countries provide opportunities for students to explore inter-disciplinary issues/phenomena/themes by embedding them into existing curricula instead of creating new subjects.” (p.77)

Em Portugal, o Despacho n.º 6478/2017, 26 de julho, no que se refere à promoção de princípios, valores e áreas de competências, para os alunos à saída da escolaridade obrigatória, prevê o enfoque na ligação do indivíduo com a sociedade. Esta ligação coloca à escola múltiplos desafios os quais suscitam diversas questões, como por exemplo:

“Saber como podem os sistemas educativos contribuir para o desenvolvimento de valores e de competências nos alunos que lhes permitam responder aos desafios complexos deste século e fazer face às imprevisibilidades resultantes da evolução do conhecimento e da tecnologia.” (p.7)

O mesmo despacho refere que um jovem à saída da escolaridade obrigatória deve ser um cidadão *“que reconheça a importância e o desafio oferecidos conjuntamente pelas Artes, pelas Humanidades e pela Ciência e a Tecnologia para a sustentabilidade social, cultural, económica e ambiental de Portugal e do mundo.” (p.15)*

Mas para se atingir as referidas finalidades deveremos repensar a formação inicial de professores, no sentido desta formação oferecer oportunidades para experienciar abordagens didáticas promotoras da flexibilidade e integração de saberes. Aliás, o Despacho acima referido recomenda, de forma a adequar a ação educativa às finalidades do perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória, alterações ao nível das práticas pedagógicas e didáticas dos professores, nomeadamente no que diz respeito à integração de conhecimentos de diferentes áreas de saber, em detrimento de uma compartimentação de saberes. Este aspeto está bem visível numa das ações, de um conjunto de ações relacionadas com a prática docente, do referido documento e que se transcreve a seguir:

“organizar o ensino prevendo a experimentação de técnicas, instrumentos e formas de trabalho diversificados, promovendo intencionalmente, na sala de aula ou fora dela, atividades de observação, questionamento da realidade e integração de saberes.” (p. 31)

A preocupação com o desenvolvimento de competências do professor para ser capaz de desenhar, implementar e avaliar situações de ensino e aprendizagem flexíveis e integradoras está muito presente no trabalho de vários investigadores (e.g. Drijvers, et al., 2009; Lew, 2019; Ponte & Chapman (2016); Godino et al., 2017). Uma das justificações prende-se com a relevância dos alunos entenderem a sociedade, a natureza e o mundo de forma ligada e, assim, as áreas de Estudos Sociais, Ciência, Arte e Tecnologia devem ser estudadas de forma equilibrada e integrada (Lew, 2019). O professor deve ser capaz de analisar as atividades implicadas na resolução de problemas a propor aos alunos, com o fim de desenhar, implementar e avaliar situações de ensino e aprendizagem adequadas a determinadas finalidades (Burgos, Giacomone, Godino & Neto, 2019). Esta competência profissional de análise e intervenção didática envolve conhecimentos didáticos e conhecimentos científicos das áreas específicas cujo domínio e aplicação deve ser objeto de atenção. O trabalho que temos vindo a desenvolver, no âmbito da formação inicial de professores, tem constituído um desafio no que se refere ao desenho de ações formativas no sentido de proporcionar o desenvolvimento de conhecimentos e competências cujo foco seja a convergência de vários domínios de conhecimento (e.g., Matemática, Ciências, Tecnologia, Arte), bem como a ligação aos contextos sociais e ao mundo real (Pombo & Neto, 2018; Pombo, Marques & Carlos, 2019; Marques & Pombo, 2020).



Figura 1 - EduPARK app. Note-se a possibilidade de escolher o idioma Português ou Inglês; instruções para aceder aos marcadores de Realidade Aumentada (RA); questões sob a forma de *quiz* educativo e procura de caches virtuais, tipo caça ao tesouro.

Contexto de convergência de Atividades Curriculares – o EduPARK

O EduPARK (<http://edupark.web.ua.pt>) é um projeto de investigação e desenvolvimento, multidisciplinar, que envolve investigadores da Universidade de Aveiro das áreas da Educação, da Biologia e da Informática. O projeto decorre em torno de práticas inovadoras inter-

disciplinares, com atividades outdoor curricularmente integradas e suportadas por tecnologias móveis. No âmbito do projeto, desenvolveu-se uma aplicação interativa com conteúdos em RA, para ser explorada no Parque Infante D. Pedro, em Aveiro, baseando-se em princípios de geocaching. A aplicação EduPARK (EduPARK app) foi evoluindo ao longo de vários ciclos de refinamento, tendo por base a opinião dos utilizadores (Pombo, Marques, Lucas, Carlos, Loureiro & Guerra, 2017; Pombo & Marques, 2018; Pombo & Marques, 2019). A EduPARK app incorpora guiões educativos sob a forma de jogo (figura 1), desenvolvidos para públicos específicos podendo ser explorados por professores e alunos, desde o Ensino Básico ao Ensino Superior, e também pelo público em geral - os visitantes do parque - numa perspetiva de aprendizagem ao longo da vida. O guião para o visitante, assim como o modo livre estão ambos disponíveis também em inglês, de forma a poder abranger um leque maior de utilizadores. A app pode ser descarregada, gratuitamente, em



Figura 2 - Visualização de conteúdos em RA a partir de marcadores específicos: placas de identificação instaladas no parque para este propósito e azulejos já integrados no parque.



Figura 3 – Informação em RA e sua interatividade.

qualquer dispositivo móvel Android através do site do projeto. O Projeto instalou no Parque, com autorização da Câmara Municipal de Aveiro, 32 placas de identificação das espécies de árvores e arbustos mais representativas do Parque, com informação em RA. Por outro lado, o Projeto também aproveitou outras sinaléticas e azulejos, já presentes no Parque, para servir

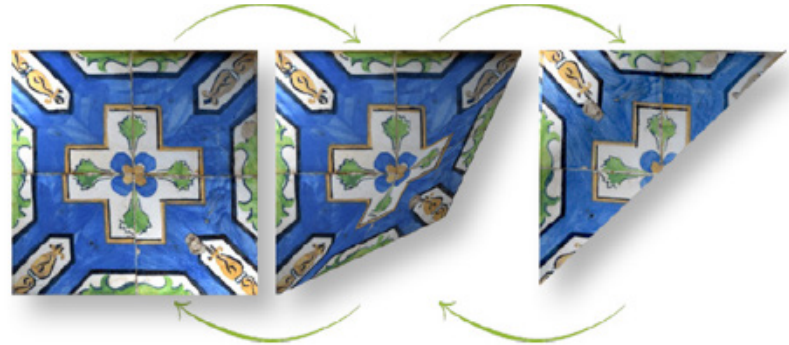


Figura 4 – O modelo de simetria em RA do azulejo.



Figura 5 – O modelo do Torreão (ex-depósito de água) e a sua decomposição, em RA, nos seus sólidos geométricos.

longo do passeio, ajudando-o a percorrer o trajeto do jogo, a explorar os conteúdos em RA espalhados pelo Parque e a encontrar os tesouros virtuais, para ganhar bananas e pontos sempre que se completam os desafios e se acertam as questões. Esta estratégia articula a procura de locais de interesse no Parque, com desafios educativos, e visualização de recursos em RA (figura 2), o que permite aceder a informação sobre fenómenos não observáveis no momento e no local, assim como o desenvolvimento de competências relevantes no século atual (Pombo & Marques, 2018).

Outro exemplo de RA que conjuga a interdisciplinaridade entre a História, a Religião e a Arte é o caso do azulejo de Santo António, cuja funcionalidade de RA acrescenta botões em objetos tipicamente religiosos. A imagem torna-se interativa, salientando o objeto com uma breve descrição (figura 3). As informações são despoletadas quando se direcio-

na a câmara do dispositivo móvel ao painel de azulejos do Santo António presente na Casa de Chá do Parque. O utilizador escolhe que informação pretende visualizar ao clicar nos vários elementos do azulejo.

Por outro lado, a utilização de azulejos com padrão específico serviu de contexto para a elaboração, por parte dos futuros professores em formação, de questões que compõem os guiões educativos, que permitem visualizar os eixos de simetria de forma dinâmica e interativa (figura 4). A compreensão do conceito de simetria, neste caso, torna-se mais efetivo pois permite a visualização de fenómenos em 3D, em que o azulejo tridimensional animado exhibe os seus eixos de simetria, através da dobragem virtual, o que não é possível de observar com recurso a um manual escolar tradicional. Esta exploração dinâmica e integrada do conceito de simetria axial permite o desenvolvimento da capacidade de visualização e do raciocínio geométrico.

Esta abordagem torna-se, ainda, mais efetiva quando se consegue um nível de empenho e motivação elevados por parte do aluno, quando este consegue estabelecer conexões e relações entre aquilo que está a ver, e que pode tocar e observar melhor, trocando também impressões com os colegas sobre aquilo que aprende na escola.

Outro exemplo que vale a pena evidenciar, e que serviu de contexto para os futuros professores desenharem questões, é o Torreão que é um edifício de grande estatura presente no Parque que outrora terá sido um depósito de água. O Projeto desenvolveu a reconstrução tridimensional do Torreão, animado, com a sua decomposição nos três principais componentes, com a forma de sólidos geométricos que o constituem: a semiesfera, o cilindro e o prisma octogonal. (Figura 5). Neste caso, a animação acontece quando se direciona

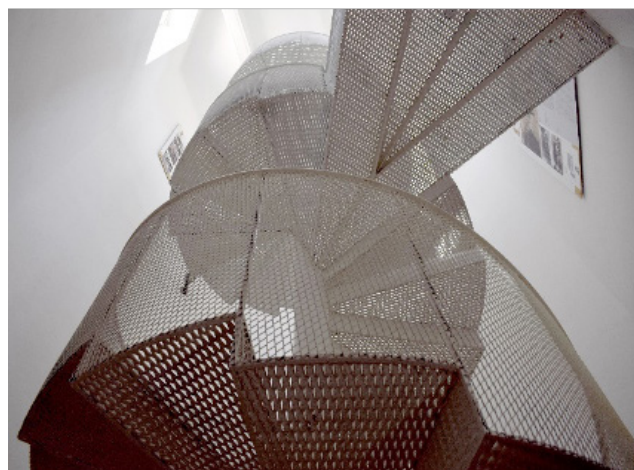


Figura 6 – Escada em caracol interior do Torreão (do lado esquerdo) e poster com informações históricas sobre a cidade (do lado direito).

a câmara do dispositivo móvel ao sinal, já presente no Parque, que identifica o edifício.

Estes são apenas alguns dos exemplos de RA que se podem explorar com a EduPARK app, de forma livre ou sob a forma de jogo. Os conteúdos da app são abordados sempre que possível de forma interdisciplinar, não se centrando apenas numa disciplina específica. Uma só questão pode englobar conhecimentos de História e de Geologia ao mesmo tempo ou de Biologia e Matemática, por exemplo. A Educação Física também é uma disciplina que se adapta muito bem a esta modalidade de ensino e pode ser facilmente conjugada com tópicos de Física, ou de Artes visuais. Por outro lado, a aprendizagem é real e contextualizada, pois são usados recursos que já existem no parque para se visualizar problemas e conceitos.

Para além da interdisciplinaridade, a grande relevância e inovação do EduPARK prende-se com as estratégias de aprendizagem *outdoor* em contextos que podem ser formais, informais e não-formais, combinando-se com tecnologia móvel, numa perspetiva integrada de Ciência, Tecnologia, Sociedade & Inovação (Pombo & Neto, 2018). O projeto tem estado a organizar atividades para alunos, professores e visitantes de forma a recolher dados sistemáticos para melhor compreender os benefícios de uma aprendizagem móvel num ambiente *outdoor* rico e diverso, como é o Parque da cidade. As publicações podem ser consultadas no *site* do EduPARK, estando também compiladas sob a forma de livro (Pombo, Marques & Oliveira, 2019). A aprendizagem move-se de um ambiente tradicional de sala de aula para um espaço natural, onde os alunos podem explorar fisicamente ao mesmo tempo que fazem associações com conteúdos curriculares. Até ao momento, o projeto EduPARK dinamizou mais de 90



sessões de exploração do Parque com a aplicação, envolvendo mais de 1300 alunos do Ensino Básico e Secundário, mais de 170 estudantes do Ensino Superior, cerca de 160 professores que acompanham as suas turmas nas atividades, 180 professores em formação contínua e mais de 1200 visi-



Figura 7 – O Torreão (do lado esquerdo) e a visualização de uma paisagem geométrica (do lado direito), a partir de uma das suas janelas superiores, possíveis de visualizar através da visita virtual 360°.

tantes do Parque/público em geral. O jogo da app EduPARK tem despertado, sistematicamente, interesse e entusiasmo por parte dos utilizadores que aprendem de forma divertida enquanto passeiam no Parque. Desde o ano letivo de 2019/20 que a atividade se encontra disponível na oferta educativa da Fábrica Centro Ciência Viva de Aveiro, para públicos a partir do 1º Ciclo do Ensino Básico. Esta parceria é muito importante para garantir o equilíbrio entre esta oferta educativa inovadora e a procura desta atividade por parte de Escolas e de Centros de Ocupação de Tempos Livres. O EduPARK foi reconhecido internacionalmente através da atribuição do prémio ECIU (*European Consortium of Innovative Universities*) *Team Award*, tendo competido com outras reconhecidas universidades inovadoras Europeias. O prémio é uma iniciativa dos membros do consórcio que partilham um compromisso com a prática educacional de alta qualidade e desejam premiar e dar visibilidade a equipas multidisciplinares com práticas exemplares que demonstram a inovação e que procuram a excelência pedagógica. Segundo o júri, o EduPARK demonstra um nível particularmente elevado de inovação, dada a sua inter e multidisciplinaridade, o uso educativo da RA em tecnologias do dia-a-dia, como o *smartphone*, e o desafio do pensamento convencional sobre a forma como as pessoas podem aprender (Pombo, Marques & Oliveira, 2019).

A exploração do EduPARK em situação de pandemia

Embora o EduPARK tenha sido pensado e idealizado para ser obrigatória a sua exploração no Parque, pois a ideia era proporcionar outros ambientes de aprendizagem, exteriores à sala de aula tradicional, foi também objetivo do projeto criar uma visita virtual ao Parque com alguns elementos de RA que se podem explorar sem ter que se sair de casa. Esta visita em 360°, com acesso direto através do site do Projeto, (<http://edupark.web.ua.pt/visit>) traz vantagem para quem se encontra longe do Parque, quem tem dificuldade motora ou em situação de pandemia em que é generalizado o ensino a distância e o confinamento, como aconteceu em todo o País, de março de 2020 até ao final do ano letivo. Esta última situação não estava, de todo, prevista quando se criou esta visita virtual, mas acabou por ter a sua importância, neste período, já que se pode percorrer e explorar o Parque virtualmente, embora não seja possível jogar. Talvez esta funcionalidade seja explorada num projeto próximo. Contudo, através deste passeio virtual é possível procurar e encontrar 23 *hotspots* com informação multimédia que se encontram espalhados pelo Parque. Estes pontos de interesse podem conter texto informativo, imagens, vídeos informativos ou vídeos demonstrativos da experiência real. Pretende-se que o utilizador

fique com vontade de ir ao local para vivenciar *in loco* a experiência (Pombo, Marques & Oliveira, 2019).

O Depósito de água ou Torreão do Parque, habitualmente encerrado ao público, pode, através desta visita virtual, ser explorado no seu interior. Ao subir as escadas em caracol, no interior do Torreão, tem-se acesso a vários posters informativos sobre a cidade (figura 6). Os posters podem constituir-se como recursos a utilizar em aulas de História promovendo o conhecimento dos alunos sobre a cultura local e factos históricos, permitindo ao aluno conhecer e analisar a importância do Depósito de Água na história da cidade.

A partir das suas quatro janelas superiores, é possível vislumbrar-se magníficas paisagens sobre a cidade (figura 7). Estas panorâmicas privilegiadas podem alcançar a vasta mancha verde do Parque, a sua vegetação imponente, assim como é possível observar a interessante geometria dos seus jardins que poderá ser mote para a exploração da matemática existente na versão geométrica da realidade e problematização de situações interdisciplinares onde se potencia, uma vez mais, o Ensino integrado e contextualizado.

Experiências de Formação Inicial de Professores no EduPARK

O EduPARK tem-se constituído como um novo ambiente de aprendizagem não só para alunos desde o Ensino Básico ao Superior, que têm usufruído da app em contextos de ensino e aprendizagem, mas também tem demonstrado especial interesse enquanto enfoque de investigação no âmbito de Teses de Doutoramento e também de Dissertações de Mestrado, desde Mestrado em Engenharia Informática, a Mestrado em Biologia Aplicada, a Mestrados conducentes a profissionais em Educação: Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º CEB e ainda Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico, na Universidade de Aveiro. No caso dos últimos referidos, com especial interesse neste artigo, têm vindo a basear-se na ideia de pro-

por situações, aos futuros professores e proporcionar oportunidades para o desenvolvimento da competência específica "Conhecer e aplicar metodologias e técnicas básicas de pesquisa e avaliação educacional e ser capaz de projetar e desenvolver projetos de pesquisa, inovação e avaliação" (Godino & Neto, 2013) necessária a uma educação interdisciplinar.

Com efeito, na formação de professores, a preocupação é promover o desenvolvimento de competências de conceção, análise e avaliação de práticas inovadoras de ensino. São sete, as estudantes de Mestrado que integraram os seus projetos da Prática Pedagógica Supervisionada no âmbito do EduPARK, na área da Etnomatemática e do Estudo do Meio. As mestrandas colaboraram com os membros da equipa no desenvolvimento dos recursos necessários para implementar a atividade e recolher dados. Esta articulação parece-se como uma relação biótica de mutualismo, em que ambas as partes beneficiam: i) o projeto usufrui dos contributos das mestrandas, pois desenham novas questões para os guiões, implementam-nos com os alunos, com o objetivo de os avaliar para os reconstruir e melhorar; e ii) as mestrandas beneficiam de uma equipa de investigadores que lhes permite desenvolver conteúdos em RA, usar a app desenvolvida, usar os dispositivos móveis do projeto na atividade, para além de lhes proporcionar uma iniciação à investigação.

Sendo este um projeto que potencia a motivação e envolvimento dos alunos, é de especial pertinência que nele se envolvam os (atuais e futuros) profissionais em Educação, para que possam usar este tipo de metodologias mais desafiantes, fazendo das Ciências da Natureza, da Matemática ou da História algo vivo, lidando com situações reais no tempo e no espaço.

Seguidamente, passa-se a dar um exemplo do desenho de questões incluídas nos guiões do EduPARK e elaboradas por estudantes do mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico. A ideia era a combinar as disciplinas de Matemática e de Ciências Naturais, através da exploração de um modelo tridimensional da Casa dos Patos existente no lago do Parque da cidade (figura 8) para auxiliar os alunos a identificar a forma geométrica da casa.

Foi criado um modelo em 3D da Casa dos Patos (figura 9), com movimentos giratórios, específico para apoiar a seguinte questão: Após observarem a Casa dos Patos identifica a forma geométrica da casa. Opções de resposta: a) pirâmide octogonal; b) prisma pentagonal; c) prisma hexagonal; d) cilindro. Este modelo recriado pode ser rodado sobre todos os seus eixos, aparecendo



Figura 8 – Casa dos patos no Parque Infante D. Pedro.

sobreposto sobre o objeto real, podendo ser explorado de forma criativa, através de um conjunto de soluções. Este modelo torna-se interessante já que permite a visualização da casa, segundo diferentes perspetivas, o que em contexto real é difícil de visualizar, já que se situa no meio do lago, sendo de difícil acesso. Neste sentido, de forma a explorar o conteúdo, os alunos podem rodar, aproximar e afastar e analisar as características da Casa de todas as perspetivas possíveis. Pretende-se, então, que através da exploração, os alunos relacionem o número de faces do poliedro com o número de entradas existentes.

É também um local muito apreciado uma vez que é habitado por um conjunto de aves, nas quais se destacam os patos muito abundantes naquele lago. O lago também serviu de contexto para a criação de questões relacionadas com o habitat de algumas espécies que vivem no lago, identificação do género dos patos, problemas ambientais relacionados com a poluição do lago, entre outros.

Estas experiências de formação, desenvolvidas no EduPARK, contribuíram para a promoção de competências de análise das práticas profissionais envolvidas

interligando a Arte com a Matemática, com o Estudo do Meio, com a História,... identificando os objetos e processos envolvidos nessas práticas necessárias à resolução de questões a integrar nos guiões da app EduPARK.

Reflexão

Final

O Projeto EduPARK baseia-se numa metodologia de aprendizagem interdisciplinar apelativa, divertida e com valor educativo amplamente demonstrado, não apenas em trabalhos anteriores (Pombo et al., 2017; Pombo & Marques, 2018, 2019), como no presente estudo. Com efeito, a relevância do EduPARK e sua app baseia-se no facto de incluir um jogo interdisciplinar integrado no Currículo Nacional em que os conteúdos com Realidade Aumentada, desenvolvidos especificamente para este fim, apoiam a aprendizagem situada e autêntica (Zydney & Warner, 2016; Sungkur, Panchoo & Bhoyroo, 2016) num parque citadino, movendo a aprendizagem dos ambientes tradicionais de sala de aula para um ambiente aberto que promove a autonomia ao mesmo tempo que propicia momentos de competição saudável e de colaboração entre os estudantes que nele participam. O recurso à RA em ambientes de ar livre evidencia o potencial da adoção de tecnologias móveis, no que respeita ao uso de aplicações educativas móveis, que podem ser exploradas em qualquer lugar e a qualquer momento, para além de fomentar uma aprendizagem personalizada (Sungkur, Panchoo & Bhoyroo, 2016; Vidal, Ty, Caluya & Rodrigo, 2019). Esta estratégia



Figura 9 – O modelo em RA da Casa dos Patos, na perspetiva lateral e de topo.

permitiu interligar a Arte à Matemática, por exemplo, através do reconhecimento da beleza do padrão de azulejos, percebida pelas simetrias que apresenta, bem como através da percepção de formas geométricas em edifícios do Parque. Permitiu, ainda, mitigar dificuldades sentidas pelos futuros professores na abordagem didática de certos conceitos disciplinares (por exemplo, simetria axial) e dificuldades sentidas pelos alunos na resolução de questões integradas nos guiões da EduPARK app.

O facto de ocorrer em espaço *outdoor* e ambientes naturais, esta atividade promove hábitos de vida saudáveis em tempos de aulas, em espaços formais de aprendizagem, ou em ambientes não formais, durante os tempos livres e de interrupção de períodos escolares. Dada toda a complexidade de princípios orientadores do EduPARK, e porque se tem comprovado o seu valor educativo (Pombo et al., 2017; Pombo & Marques, 2018, 2019), o projeto tem promovido várias atividades de transferência de conhecimento para a comunidade local, também através da sua parceria com a Câmara Municipal de Aveiro.

A criação de um ambiente de aprendizagem disruptivo e inteligente, como o EduPARK, abrangendo o desenvolvimento, investigação e formação faz com que os ecossistemas de aprendizagem se tornem mais inteligentes, articulando escolas dos vários níveis de ensino, instituições do Ensino Superior e contextos locais, o que certamente contribuirá para uma perspetiva inovadora de Educação.

Os resultados permitem-nos considerar que este tipo de atividades desafiam o pensamento convencional e constituem um contexto rico e pertinente para abordagens flexíveis e integradoras por parte dos professores em formação. No entanto, reforça-se a necessidade de haver mais investigação para se compreender melhor os benefícios que a tecnologia de RA pode trazer em contextos de ensino e de aprendizagem em temáticas específicas (Botana et al., 2020).

Referências

- Botana, F., Kóvacs, Z., Martinez - Sevilla, A., & Recio, T. (2020). Automatically Augmented Reality with GeoGebra. In T. Prodromou (Ed.), *Augmented Reality in Educational Settings* (pp 347-368). doi: https://doi.org/10.1163/9789004408845_015
- Burgos, M., Giacomone, B., Godino, J. D., & Neto, T. (2019). *Developing the onto-semiotic analysis competence of prospective mathematics teachers using proportionality tasks*. RED8- Educación matemática y formación de profesores.
- Chevallard, Y. (2015). Teaching Mathematics in Tomorrow's Society: A Case for an Oncoming Counter Paradigm. In S.J. Cho (ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 173-187). Dordrecht: Springer.
- Drijvers, P. et al. (2009) Integrating Technology into Mathematics Education: Theoretical Perspectives. In: Hoyles C., Lagrange JB. (eds). *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain*. New ICMI Study Series, vol 13. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0_7
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113.
- Godino, J.D., & Neto, T. (2013). Actividades de iniciación a la investigación en educación matemática. *Revista de Didáctica de la Matemática*, 63, 69-76. <https://core.ac.uk/download/pdf/19488126.pdf>
- Lew, H.C. (2019). *Suggesting Interdisciplinary Teacher Education for the Fourth Industrial Revolution*. Paper presented at the 7th SEAMEO-Tsukuba Conference (Tokyo, 2019.2)
- Marques, M.M., & Pombo, L. (2020). Teacher readiness to adopt game-based mobile learning with augmented reality. *IXD&A/Interaction Design and Architecture(s) special issue on 'Smart Learning Ecosystems - Design as cornerstone of smart educational processes and places'*, 43, pp. 68-85, http://www.mifav.uniroma2.it/inevent/events/idea2010/doc/43_4.pdf
- Martins, G. et al. (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*. Ministério da Educação, Direção-Geral da Educação.
- OECD (2019). *Future of Education and Skills 2030*, OECD Publishing. http://www.oecd.org/education/2030-project/contact/OECD_Learning_Compass_2030_Concept_Note_Series.pdf

- Pombo, L., & Marques, M.M. (2018). The EduPARK Mobile Augmented Reality Game: learning value and usability. In Sánchez & Isaías (ed.), *14th International Conference Mobile Learning – IADIS* (23-30), Lisboa, 14-16 abril. <http://www.iadisportal.org/digital-library/the-edupark-mobile-augmented-reality-game-learning-value-and-usability>
- Pombo, L., & Marques, M.M. (2019). An app that changes mentalities about mobile learning – the EduPARK augmented reality app. *Computers*, Special Issue Augmented and Mixed Reality in Work Context, 8(2):37, doi:10.3390/computers8020037, <http://hdl.handle.net/10773/26929>
- Pombo, L., Marques, M., Lucas, M., Carlos, V., Loureiro, M.J., & Guerra, C. (2017). Moving learning into a smart urban park: students' perceptions of the Augmented Reality EduPARK mobile game. *IXD&A*, 35, 117-134 http://www.mifav.uniroma2.it/inevent/events/idea2010/doc/35_6.pdf
- Pombo, L., Marques, M.M., & Oliveira, S. (2019). *Lessons Learned – EduPARK*. In Lúcia Pombo (Coord). 151p. Aveiro: UA Editora. ISBN: 978-972-789-613-4, <http://edupark.web.ua.pt/#book> or <http://hdl.handle.net/10773/26979>
- Pombo, L., Marques, M. M., & Carlos, V. (2019). Mobile augmented reality game-based learning: teacher training using the EduPARK app. *Da Investigação às Práticas: Estudos de Natureza Educacional*, 9(2), 3-30. doi: <http://dx.doi.org/10.25757/invep.v9i2.182>
- Pombo, L., & Neto, T. (2018). EduPARK, uma lufada de ar fresco na Formação Inicial e Contínua de Professores. In Mariano Martín Gordillo e Isabel P. Martins (coords.), *Ciencia cordial. Un desafio educativo* (pp. 78-89). Madrid: Los libros de la Catarata. <https://drive.google.com/file/d/1st8PCS7WkTCtRnqccrovBqBpNZ7wvunM/view?usp=sharing>
- Ponte, J.P., & Chapman, O. (2016). Prospective mathematics teachers' learning and knowledge for teaching. In L. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (3rd ed., pp. 223-261). New York, NY: Routledge/Taylor & Francis.
- Schwab, K. (2017). *The Fourth Industrial Revolution*. Penguin U.K.
- Sungkur, R. K., Panchoo, A., & Bhoyroo, N. K. (2016). Augmented Reality, the Future of Contextual Mobile Learning. *Interact. Technol. Smart Educ.*, 13(2), 123-146. <https://doi.org/10.1108/ITSE-07-2015-0017>
- Vidal, E.C.E., Ty, J. F., Caluya, N. R., & Rodrigo, M.M.T. (2019). MAGIS: Mobile Augmented Reality Games for Instructional Support. *Interact. Learn. Environ.*, 27(7), 895-907. <https://doi.org/10.1080/10494820.2018.1504305>.
- Zydney, J.M., & Warner, Z. (2016). Mobile apps for science learning: Review of research, *Computers & Education*, 94,1-17.

O PROGRAMA INTERNACIONAL PARA A AVALIAÇÃO DAS COMPETÊNCIAS DOS ADULTOS (PIAAC) E A PROMOÇÃO DAS COMPETÊNCIAS DE NUMERACIA DA POPULAÇÃO PORTUGUESA

Luís Rothes

Escola Superior de Educação do Politécnico do Porto e inED - Centro de Investigação & Inovação em Educação.
Coordenador Nacional do Programa Internacional para a Avaliação das Competências dos Adultos (PIAAC)

João Queirós

Escola Superior de Educação do Politécnico do Porto e Instituto de Sociologia da Universidade do Porto.
Subcoordenador Nacional do Programa Internacional para a Avaliação das Competências dos Adultos (PIAAC)

Resumo:

O artigo apresenta genericamente o Programa Internacional para a Avaliação das Competências dos Adultos (Programme for the International Assessment of Adult Competencies, PIAAC), um programa internacional multiciclo de avaliação das competências dos adultos promovido pela OCDE, e discute alguns dos resultados obtidos no seu primeiro ciclo, analisando, muito em especial, os principais dados relativos à posse e uso de competências de numeracia pelos adultos participantes. Tendo em conta a participação prevista de Portugal no segundo ciclo deste Programa, o artigo explora ainda as oportunidades que o acesso a informação muito detalhada sobre competências de numeracia da população adulta portuguesa poderá abrir no que concerne à valorização da educação matemática e à promoção e desenvolvimento daquelas competências no nosso país.

Palavras-chave:

Competências dos adultos. Numeracia.
Educação matemática. PIAAC. Portugal.

Abstract:

This article presents the main features of the Programme for the International Assessment of Adult Competencies (PIAAC), a multicycle international programme promoted by OECD, and discusses some of the results of the first cycle of the study, by focusing on data referring to the distribution and use of numeracy skills by participants. Considering the expected participation of Portugal in the second cycle of this Programme, the article also explores the opportunities that the access to detailed information on numeracy skills of Portuguese adults can generate regarding the valorisation of mathematics education and the overall promotion and development of numeracy skills in the country.

Keywords:

Adult competencies. Numeracy.
Mathematics education. PIAAC. Portugal.

O Programa Internacional para a Avaliação das Competências dos Adultos (PIAAC)

O Programa Internacional para a Avaliação das Competências dos Adultos (*Programme for the International Assessment of Adult Competencies*, PIAAC) é um programa internacional multiciclo de avaliação das competências dos adultos promovido pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE) e desenvolvido por um consórcio internacional e por entidades nacionais de pesquisa social. É o inquérito internacional mais abrangente sobre as competências dos adultos e permite verificar o modo como estes são capazes de utilizar, na sua vida quotidiana, os conhecimentos e as competências que adquiriram ao longo da vida. Trata-se de uma iniciativa que permite a avaliação, monitorização e análise do nível e da distribuição das competências dos adultos, apoiando os governos e as organizações no desenho de medidas de extensão do uso de competências em contextos diversos e favorecendo, por essa via, a qualificação dos recursos humanos, a equidade no acesso e participação nos mercados de trabalho e a participação educativa, cívica e cultural.

O *Inquérito às Competências dos Adultos* constitui a atividade central do PIAAC. A concretização desta atividade em Portugal pressupõe a realização, no conjunto do território nacional, de 1.800 entrevistas completas no domicílio a adultos entre os 16 e os 65 anos, na fase de pilotagem (*Field Trial*), e de 5.000 entrevistas completas no domicílio a adultos entre os 16 e os 65 anos, na fase principal do inquérito (*Main Study*). As entrevistas, com duração prevista entre 90 e 120 minutos, são realizadas preferencialmente com recurso a *tablets* (CAPI). A oportunidade da utilização do suporte de papel, apenas no caso de indivíduos com escassas competências digitais, será avaliada na fase de pilotagem.

O questionário apresenta dois módulos principais: o primeiro de caracterização do inquirido (*Background Questionnaire*), o segundo de avaliação direta de compe-

tências (*Direct Assessment*). No *Background Questionnaire*, interrogam-se dimensões relativas a: caracterização demográfica e socioeconómica dos respondentes; trajetória e participação educativa e formativa; condição perante o trabalho atual e história laboral; trabalho/profissão atual ou último trabalho; uso de competências de literacia, numeracia e TIC no contexto laboral; uso de competências de literacia, numeracia e TIC na vida pessoal; ambiente e condições de trabalho; efeitos da posse e uso de competências na vida profissional e rendimentos; outros efeitos da posse e uso de competências fora do mercado de trabalho; competências sociais e emocionais. O *Direct Assessment* visa aferir, através de testes, as competências dos entrevistados em três áreas distintas: literacia, numeracia e resolução de problemas, designadamente em ambientes tecnologicamente desafiantes (*adaptive problem solving*). O PIAAC implica uma avaliação complexa das competências dos adultos: a recolha de dados é realizada em vários idiomas e em países com populações, estruturas sociais, culturas, níveis educativos e experiências de vida muito diversas. Para garantir a harmonização dos processos, todos os países participantes seguem as diretrizes de garantia de qualidade estabelecidas pelo consórcio da OCDE e orientam-se por padrões exigentes para o desenho da pesquisa, a implementação da avaliação e a divulgação dos resultados.

O primeiro ciclo deste programa foi lançado pela OCDE em 2007 e contou, ao longo de três rondas, com a participação de 38 países: 24 países na primeira ronda, em 2011-12, nove países na segunda ronda, em 2014-15, e seis países na terceira ronda, em 2017-18, incluindo neste caso nova participação dos EUA, que haviam participado já na primeira ronda. Portugal, enquanto Estado-membro daquela organização, também foi convidado a participar neste primeiro andamento do Programa. Contudo, apesar de já ter sido realizado o essencial do trabalho de preparação desta exigente operação (Ávila *et al.*, 2011), o XIX governo constitucional entendeu que o país deveria abandonar este estudo. Por essa razão, estando já disponíveis dados internacionais relativos ao 1.º Ciclo do PIAAC (OECD, 2013a, 2013b, 2016, 2019a, 2019b), estes não incluem informação sobre a situação existente em Portugal.

O reconhecimento da importância deste tipo de dados justificou, entretanto, que tivesse sido decidido o envolvimento do país no 2.º Ciclo do Programa: através do despacho n.º 3651-A/2019, de 1 de abril, o XXI governo constitucional criou um grupo de projeto encarregado de coordenar a participação portuguesa neste novo ciclo do PIAAC, tendo designado os seus coordenadores pelo despacho n.º 4340/2019, de 26 de

abril. É um processo de trabalho que se previa que estivesse concluído no final de 2023, mas cujo cronograma inicial deverá ser ajustado, em virtude dos efeitos da pandemia da COVID-19, manifestada em 2020.

A avaliação das competências de numeracia no PIAAC

Para cada um dos domínios avaliados no PIAAC, é estabelecido um quadro que clarifica como ele é definido e as bases que suportam essa definição e que estabelecem como o mesmo deve ser avaliado, o leque de competências a serem avaliadas, os tipos de itens a serem usados, bem como as áreas de conteúdo, contextos e situações de vida dos adultos que requerem essas competências. Os resultados da avaliação são apresentados numa escala de 500 pontos: uma pontuação mais alta indica maior proficiência. Para ajudar a interpretar as pontuações, a escala é dividida em níveis de proficiência. Existem seis níveis de literacia e de numeracia (de “Abaixo do Nível 1” – o mais baixo – até ao “Nível 5” – o mais alto) e quatro na resolução de problemas em ambientes ricos em tecnologia (de “Abaixo do Nível 1” – o mais baixo – até ao “Nível 3” – o mais alto).

No PIAAC, a numeracia – um dos domínios de competência avaliados – é entendida como capacidade da pessoa adulta para usar, aplicar, interpretar e transmitir informações e raciocínios matemáticos, permitindo implicar-se e responder a uma quantidade crescente e a uma gama cada vez mais alargada de informações quantitativas e matemáticas na sua vida quotidiana. Esta definição remete, pois, não apenas para capacidades cognitivas, mas também, de modo articulado, para dimensões disposicionais, ou seja, para crenças e atitudes essenciais para enfrentar, de modo eficaz e ativo, as situações em que as competências de numeracia assumem lugar central. A numeracia é, neste sentido, um construto amplo e multifacetado, referindo-se a uma competência complexa. A sua operacionalização no contexto de um processo social de avaliação exige, por isso, uma

definição mais pormenorizada dos comportamentos a que se refere e das facetas que comporta. A definição destes comportamentos, ainda que com alguns ajustamentos, baseou-se essencialmente nos trabalhos que suportaram a pesquisa *Adult Literacy and Life Skills Survey (ALL)* (Murray, Clermont, & Binkley, 2005). Foram consideradas quatro facetas essenciais: contextos; respostas; conteúdos, informações e ideias matemáticas; e representações.

Com efeito, a concretização da competência de numeracia começa por implicar gerir uma situação ou resolver um problema num contexto real. Os 56 itens relativos à numeracia estão assim distribuídos pelos diferentes contextos: a experiência laboral (13 itens, 23%); a vida pessoal quotidiana (25 itens, 45%); a ação social e comunitária (14 itens, 25%); e a educação e formação (4 itens, 7%). A documentação do PIAAC enuncia algumas das tarefas relativas a estes diferentes contextos (PIAAC Numeracy Expert Group, 2009; PIAAC, 2019b).

Assim, nas tarefas relacionadas com situações de trabalho, são referidas as seguintes: conclusão de pedidos de compra; soma de recebimentos; cálculo de mudanças; gestão de cronogramas; leitura de orçamentos e recursos de projeto; uso de folhas de cálculo; organização e embalagem de produtos com diferentes formas; preenchimento e interpretação de gráficos de controlo; realização e registo de medições; leitura de plantas; verificação de despesas; previsão de custos; e aplicação de fórmulas.

Como tarefas relacionadas com o contexto da vida pessoal são incluídas: lidar com dinheiro e orçamentos; compras e gestão do tempo pessoal; planificação de viagens; realização de jogos de azar; compreensão de pontuação e estatísticas desportivas; leitura de mapas; e uso de medidas em situações domésticas, como cozinhar, fazer reparações ou realizar *hobbies*.

Sublinha-se, também, que os adultos precisam de ter consciência do que está a ocorrer na sociedade, na economia e no meio ambiente (por exemplo, tendências no crime, na saúde, nos salários, na poluição), e que podem ter que participar em eventos sociais ou ações comunitárias, o que exige a capacidade de ler e interpretar informações quantitativas apresentadas nos *media*, incluindo mensagens e gráficos estatísticos. Os adultos precisam igualmente de gerir uma variedade de situações, como arrecadar fundos para um clube de futebol ou interpretar os resultados de um estudo sobre a condição em termos de saúde.

Finalmente, a competência em numeracia pode permitir que uma pessoa participe em ações de educação ou de formação profissional, sendo para isso

importante conhecer alguns dos aspetos mais formais da matemática, envolvendo designadamente símbolos, regras e fórmulas, e entender algumas das convenções usadas para aplicar princípios e regras matemáticas.

Com estas ações na vida real, os adultos procuram responder aos desafios colocados nos diferentes contextos através de modos diversos, como sejam: identificar, localizar e aceder (3 itens, 5%); agir de acordo com e usar (34 itens, 61%); interpretar, avaliar e analisar (19 itens, 34%). Estas respostas podem, por seu turno, apelar a diferentes conteúdos, informações ou ideias matemáticas: quantidade e número (13 itens, 23%); dimensão e forma (16 itens, 29%); padrões, relações e mudanças (15 itens, 27%); dados e possibilidades (12 itens, 21%). Estes conteúdos matemáticos ou estatísticos podem, ainda, ser representados de múltiplas formas: objetos e imagens; números e símbolos matemáticos; fórmulas; diagramas e mapas, gráficos e tabelas; textos; dispositivos baseados em tecnologia.

Estamos, pois, perante uma competência complexa, que supõe a mobilização, pelos adultos, de um conjunto significativo de fatores e processos que a favorecem. Desde logo, por razões óbvias, o exercício desta competência é facilitado pelo saber matemático disponível e pela compreensão do seu quadro concetual, mas também pela capacidade de aplicar este saber na resolução dos problemas com que cada adulto se confronta na sua vida. As competências de numeracia têm, aliás, um carácter cumulativo: aqueles que revelam competências mais fortes são, em geral, aqueles que acumularam práticas e experiências de numeracia mais significativas. Por outro lado, há uma interação clara entre competências de numeracia e de literacia, sendo importante apreciar como elas interagem e os modos diferentes como elas se distribuem entre os subgrupos da população adulta. Para além disso, as crenças e atitudes são também fatores relevantes para a compreensão das competências de numeracia detidas, assim como o conhecimento mais geral sobre a realidade contextual e sobre o mundo.

Evidentemente, a operacionalização do construto de numeracia numa avaliação com a dimensão do PIAAC implica necessariamente dificuldades em refletir nos itens usados na avaliação direta todos os propósitos teoricamente estabelecidos. O que se pretende é assegurar a autenticidade e o realismo das tarefas propostas, tornando-as o mais próximas possível dos modos como os adultos as enfrentam nos seus contextos de vida. O que é um desafio exigente, sobretudo numa avaliação que envolve contextos

culturais tão diversos. É um repto a que, no PIAAC, se pretende responder também na avaliação das competências de numeracia, e seguindo a literatura disponível sobre estes processos (Gillespie, 2004; Gal *et al.*, 2005; Murat, 2005), suportando todo o trabalho nos seguintes princípios e orientações principais:

- a) os itens selecionados procuram cobrir o maior número possível de aspetos de cada uma das seguintes facetas, já antes referidas – quantidade e número; dimensão e espaço; padrões, relações e mudanças; dados e possibilidades;
- b) os itens valorizam a autenticidade e adequação cultural, procurando que as tarefas resultem de desafios presentes na vida real, nos seus diferentes contextos e situações (vida quotidiana; experiência laboral; contexto societal; aprendizagem contínua);
- c) os itens pretendem conciliar as exigências impostas por uma codificação automática em suporte informático com alguma, ainda que rara, possibilidade de resposta livre pelos inquiridos, sendo que os itens são estruturados, no PIAAC, para incluir um estímulo (imagem, desenho, etc.) e uma ou mais perguntas, sendo as respostas dadas através de soluções diversas (entrada numérica, clique, destaque, uso de menus, sendo sempre elementar o recurso a entrada de texto);
- d) os itens procuram cobrir os diferentes níveis de competências;
- e) os itens querem patentear os diferentes tipos de resposta, ainda que se reconheça a dificuldade de, usando o suporte informático, se considerar aquelas que exigem a capacidade de interpretação, avaliação, análise e comunicação;
- f) os itens variam no grau de complexidade com que as tarefas são enunciadas em texto, sendo algumas apresentadas em textos mais ricos e outras em pouco ou nenhum texto, de modo a, evitando sobreposições com a avaliação da literacia, refletir os níveis diferentes dos tipos de textos implicados nestes processos de numeracia, em contexto de vida real;
- g) os itens procuram ser eficientes, recorrendo a tarefas curtas, permitindo, no quadro das restrições de tempo existentes, avaliar as várias facetas da numeracia e incluir estímulos e questões diversas;
- h) os itens são construídos de modo a facilitar a sua adaptação aos diferentes sistemas de unidades nos países participantes (monetários, métricos, etc.).

O PIAAC e a numeracia: alguns resultados do 1.º Ciclo do Programa e usos potenciais da informação disponibilizada

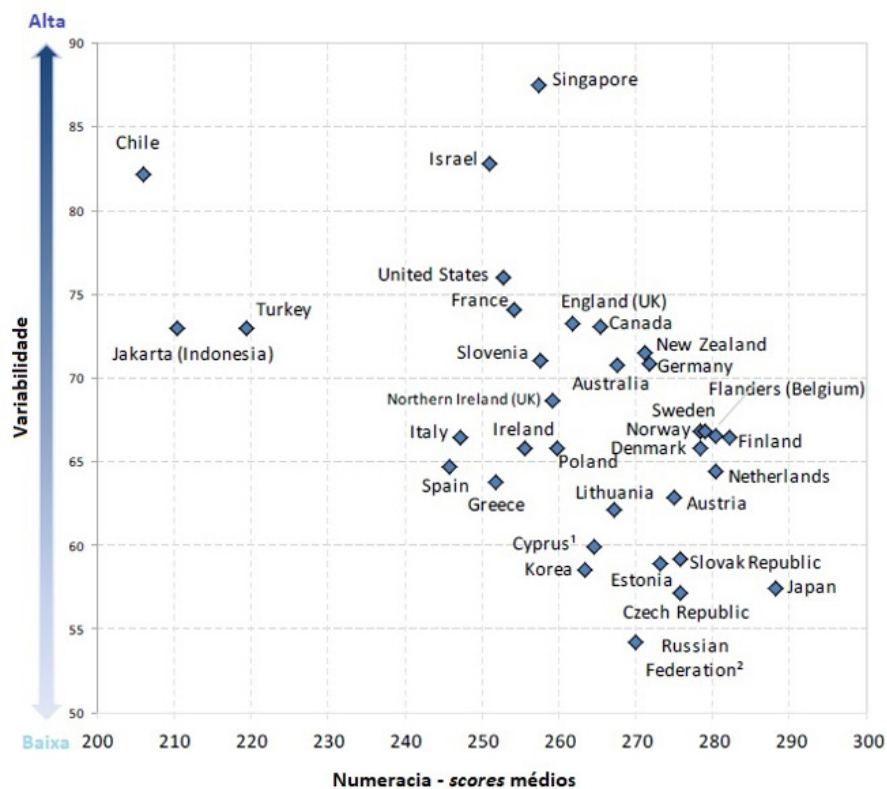
A numeracia dos adultos de acordo com os resultados do 1.º Ciclo do PIAAC

No 1.º Ciclo do PIAAC, a proficiência média dos adultos respondentes correspondeu, no domínio da numeracia, no conjunto dos países da OCDE, a 262 pontos. Este valor, medido numa escala de 500 pontos, ficou quatro pontos abaixo da proficiência média registada no domínio da literacia. Os *scores* médios de numeracia nos países da OCDE variaram entre os 288 pontos observados no Japão e os 206 pontos registados no Chile. No conjunto dos 38 países participantes nas três rondas do 1.º Ciclo do PIAAC, os resultados médios mais baixos foram obtidos no Equador (185 pontos) e no Perú (178 pontos), países que, porém, não fazem formalmente parte da OCDE. No sul da Europa, Grécia, com 252 pontos, Itália, com 247 pontos, e Espanha, com 246 pontos, apresentaram desempenhos em numeracia abaixo da média dos países-membros daquela organização, tendo Espanha

e Itália sido inclusivamente os países com os mais baixos *scores* médios de numeracia na primeira ronda do estudo (OECD, 2019a, p. 23; Figura 1).

A maioria dos adultos participantes no 1.º Ciclo do PIAAC apresentou um desempenho em numeracia próximo ou abaixo do valor médio observado: praticamente um em cada quatro respondentes (23,5%) ficou colocado nos níveis mais baixos da escala de proficiência (7,1% registando performances “abaixo do Nível 1”, ou seja, inferiores a 176 pontos; 16,4% registando performances de “Nível 1”, ou seja, entre 176 e 225 pontos) e um terço dos respondentes ficou posicionado no “Nível 2” (apresentando, portanto, resultados entre 226 e 275 pontos). No segmento dos indivíduos com *scores* mais robustos, encontrámos 31,2% de respondentes no “Nível 3” (entre 276 e 325 pontos) e não mais do que 11% de respondentes nos níveis mais elevados de proficiência (10,0% registando performances de “Nível 4”, ou seja, entre 326 e 375 pontos; 1,0% registando performances de “Nível 5”, ou seja, superiores a 375 pontos). A variabilidade dos resultados revelou-se elevada quer entre países participantes, quer entre respondentes de um mesmo país: em média, nos países da OCDE, consideradas as três rondas do 1.º Ciclo deste estudo, o hiato entre os

Figura 1: Média e variabilidade dos *scores* de numeracia nos países participantes na primeira e segunda rondas do 1.º Ciclo do PIAAC



Fonte: Adaptado de Jonas (2018, p. 9).

25% menos proficientes e os 25% mais proficientes foi, no domínio da numeracia, de 68 pontos (OECD, 2019a, pp. 48-50; Figura 1).

Diferentes características sociodemográficas dos adultos encontram tradução em diferentes níveis de proficiência: tipicamente, a proficiência, nos diferentes domínios avaliados no PIAAC, está intimamente associada à idade, ao nível de escolaridade e ao *background* socioeconómico dos respondentes e apenas ligeiramente associada ao respetivo género.

No que respeita ao domínio específico da numeracia, os resultados do 1.º Ciclo do PIAAC revelaram uma associação entre *idade* e proficiência assumindo a forma gráfica, na generalidade dos países participantes, de um “U” invertido. O que os dados sugerem é que a proficiência em numeracia tende a crescer até aos 30-35 anos, faixa etária em que é atingido um “pico” de proficiência, verificando-se a partir desta idade um paulatino decréscimo dos níveis de desempenho (OECD, 2019a, pp. 75-76). Este comportamento tendencial da performance em numeracia de acordo com a idade dos inquiridos está relacionado, entre outros fatores, com a distribuição diferencial dos níveis de escolaridade, penalizadora dos adultos mais velhos, e com as características da inserção socioprofissional deste grupo, no seio do qual é mais provável encontrar indivíduos inativos ou com profissões menos exigentes em matéria de posse e uso intensivo de competências de numeracia.

Tal como seria expectável, em todos os países participantes no estudo foi possível verificar uma associação forte entre o *nível de escolaridade* dos adultos e a sua proficiência em numeracia: bons desempenhos em numeracia tendem a suscitar a participação em níveis cada vez mais elevados de escolaridade e trajetórias académicas mais longas permitem desenvolver níveis de proficiência mais robustos, bem como aceder a quadros profissionais e de vida mais desafiantes do ponto de vista do uso e desenvolvimento de competências de numeracia. Entre os inquiridos com idades compreendidas entre os 25 e os 65 anos (isto é, indivíduos que, regra geral, já completaram as suas trajetórias académicas iniciais), a proficiência em numeracia revelou-se sempre mais elevada no seio do grupo detentor de instrução de nível superior e sempre mais baixa entre os que detinham nível de escolaridade abaixo da instrução secundária (OECD, 2019a, pp. 23-24; 63 e seguintes).

Os resultados do 1.º Ciclo do PIAAC evidenciaram ainda a importância do *background socioeconómico*

na determinação dos desempenhos dos adultos. Usando o nível de escolaridade dos pais como *proxy* do *background* socioeconómico dos respondentes, o que os resultados do PIAAC revelaram foi que os adultos com pelo menos um progenitor com escolaridade de nível superior obtiveram, em média, mais 41 pontos na escala de proficiência em numeracia do que os adultos com progenitores sem o ensino secundário completo, facto certamente não alheio ao papel do *background* socioeconómico na conformação das características diretamente associáveis à proficiência, designadamente por via da reprodução intergeracional da participação e do (in)sucesso escolares (OECD, 2019a, p. 82).

Quanto ao *género*, os resultados do 1.º Ciclo do PIAAC não evidenciaram senão ligeiras diferenças entre as performances de homens e as performances de mulheres. Tais diferenças revelaram-se pouco significativas nos domínios da literacia e da resolução de problemas em ambientes tecnologicamente desafiantes e um pouco mais relevantes no domínio da numeracia. Neste, os homens tendem a apresentar *scores* médios ligeiramente mais elevados, facto que se acentua à medida que a idade dos inquiridos avança e que não há de deixar de estar relacionado com a menor escolaridade média das mulheres mais velhas e com as formas de participação destas no mercado de trabalho (participação habitualmente menos intensa e exercida mais frequentemente em condições e contextos menos propícios ao uso e desenvolvimento de competências de numeracia) (OECD, 2019a, pp. 76-77).

Para além da associação observável entre níveis de proficiência e determinadas características sociodemográficas, os resultados do 1.º Ciclo do PIAAC evidenciaram ainda uma correlação positiva, ainda que imperfeita, entre os *scores* de numeracia observados e os níveis de engajamento em práticas de numeracia reportados pelos respondentes. Na generalidade dos países participantes no estudo, a níveis de proficiência mais elevados está associado um uso também ele mais elevado de competências de numeracia na vida quotidiana. A intensidade desta associação é, todavia, muito variável, observando-se a existência de países, como a Finlândia, que conjugam elevados níveis de proficiência com índices de engajamento em práticas de numeracia igualmente altos, a par de outros, como o Japão, com níveis de proficiência muito elevados, mas índices reportados de engajamento em práticas de numeracia relativamente modestos. Em todo o caso, adultos proficientes tendem a usar as suas competências de numeracia com mais frequência e

adultos que se implicam frequentemente em práticas de numeracia tendem a manter ou mesmo a melhorar a sua performance ao longo do tempo. Pode falar-se, neste sentido, da indispensabilidade do uso da competência para a respetiva preservação e melhoria (“*use it or lose it*”) ou, se se preferir, de um “círculo virtuoso” entre (maior) proficiência, (maior) engajamento em práticas de numeracia e (maior) possibilidade de mobilizar adequadamente velhas e novas competências (OECD, 2019a, pp. 86 e seguintes; OECD, 2018; Duchhardt, Jordan, & Ehmke, 2017; Jonas, 2018).

Resultados sociais da posse e uso de competências de numeracia

O vasto manancial de dados proporcionado pelo *Inquérito às Competências dos Adultos* do PIAAC oferece à investigação científica uma miríade de oportunidades de exploração teórica e analítica. Tópicos como os que se referem a desfasamentos observáveis, nos vários setores de atividade e mercados de trabalho, entre oferta e procura de qualificações e competências; impacto da digitalização e da automação nas competências exigidas nos contextos efetivos de exercício das diferentes profissões; relação entre desenvolvimento de competências e participação educativa na idade adulta; combinação e interinfluência dos diferentes domínios de competência; reprodução e transformação intergeracional de competências; ou relação entre níveis de proficiência, práticas e oportunidades sociais as mais diversas não são mais do que uma pequena parte da grande variedade de pontos de interesse científico que o PIAAC suscita¹.

Um dos temas que mais atenção tem merecido da parte das equipas de investigação implicadas no estudo dos resultados do 1.º Ciclo do PIAAC é o que diz respeito ao retorno social do investimento em competências ou, por outras palavras, à aferição dos efeitos ou resultados sociais associados ao nível de proficiência observado em cada um dos diferentes domínios de competência avaliados. Trata-se, enfim, de procurar saber que implicações efetivas têm a posse e o uso de competências de literacia, numeracia ou digitais em esferas da vida individual e coletiva como as do emprego e rendimentos, saúde e bem-estar ou participação cívica e política, e de que modo ganhos ou perdas de proficiência podem afetar o desempenho dos indivíduos nessas diversas esferas.

No caso das competências de numeracia, várias são as

evidências de que a usos mais intensivos e níveis mais elevados de proficiência correspondem geralmente ganhos em várias dimensões do bem-estar e da qualidade de vida individual, incluindo vantagens em matéria de emprego e rendimentos, saúde reportada e engajamento cívico, político e associativo (OECD, 2019a; Costa *et al.*, 2014; Duchhardt, Jordan, & Ehmke, 2017; Jonas, 2018). Pelo contrário, adultos com baixos níveis de proficiência em numeracia (“Abaixo do Nível 1” ou “Nível 1” na escala definida pelo PIAAC) tendem com mais frequência a estar em situação de desemprego ou inatividade, a deter um emprego menos qualificado, a reportar rendimentos mais baixos e pior saúde ou a participar menos em atividades educativas e formativas (Grotlüschen *et al.*, 2016).

No plano do *emprego e rendimentos*, por exemplo, se é verdade que o retorno com maior significado está associado ao investimento escolar e à consecução de níveis mais elevados de qualificação formal, o que os dados do 1.º Ciclo do PIAAC demonstram é que as melhorias incrementais na numeracia têm um significado estatístico positivo e independente em termos de emprego e ganhos seja qual for o nível de escolaridade dos indivíduos, sendo tais efeitos especialmente relevantes nos níveis de escolaridade mais elevados. De facto, tudo o mais mantido constante, indivíduos com *scores* de numeracia de Nível 4/5 declararam no 1.º Ciclo do PIAAC remunerações horárias 13% mais elevadas do que indivíduos com *scores* de numeracia de Nível 1 ou inferior. A proficiência em numeracia tende ainda a associar-se à posse e uso das competências necessárias à tomada de decisões informadas e ajustadas em matéria financeira (aquilo a que comumente se vai chamando “literacia financeira”), o que significa, em princípio, maior probabilidade de obtenção de retorno positivo neste plano (Jonas, 2018, pp. 50 e seguintes; Lane & Conlon, 2016).

Quanto às implicações da proficiência em numeracia na *condição de saúde* dos indivíduos, tal como estes a avaliam e reportam, o que os dados do 1.º Ciclo do PIAAC indicam é que as pessoas com baixa proficiência neste domínio apresentam maior probabilidade de reporte de uma condição de saúde “fraca”. Ainda que uma relação de causalidade entre posse e uso de competências de numeracia e condição de saúde não possa, à luz destes dados, ser confirmada, o que a informação disponível sugere é que as competências

1 - Uma compilação exaustiva de bibliografia publicada no âmbito de estudos desenvolvidos nos últimos anos com recurso a resultados do 1.º Ciclo do PIAAC pode ser consultada em Maehler, Bibow, & Konradt (2018). Algumas sugestões de exploração analítica adicional dos dados do PIAAC sobre numeracia podem ser obtidas em Coben *et al.* (2016).

de literacia e numeracia favorecem o conhecimento e a compreensão da condição de saúde própria e da informação em saúde disponível, podendo contribuir para a adoção de atitudes e comportamentos adequados e para um melhor autocuidado; ademais – e esse é o ponto a destacar – a posse e o uso de tais competências operam sobre outras variáveis relevantes para a condição de saúde, designadamente ao contribuírem para encontrar e manter melhores empregos e rendimentos mais robustos, requisitos essenciais para aceder a recursos de saúde, em especial em contextos em que o respetivo acesso não esteja garantido de forma universal (Prins & Monnat, 2015; Jonas, 2018).

De acordo com os dados do 1.º Ciclo do PIAAC, a proficiência em numeracia tem ainda implicações na conformação das representações sociais e das disposições dos indivíduos para a *participação educativa, associativa, cívica e política*. Com efeito, o que o tratamento dos dados sobre esta matéria revela é a existência, na larga maioria dos países participantes, de relações positivas e significativas, com efeitos independentes dos que decorrem do nível de escolaridade e de outras variáveis sociodemográficas importantes, entre o nível de proficiência detido e aspetos como a confiança nos outros, a perceção da “eficácia política” própria (isto é, da capacidade para exercer influência sobre o processo e as decisões políticas), o engajamento voluntário em atividades de cariz associativo, político, religioso ou outro e a motivação para a participação em iniciativas de educação e formação de adultos (Costa *et al.*, 2014; Grotlüschen *et al.*, 2016). Também neste caso, a exploração dos nexos causais entre fatores é de difícil concretização, mas não parecem restar dúvidas de que o nível de proficiência tem uma implicação independente e significativa sobre estas dimensões da vida pessoal e social. Por exemplo, indivíduos com baixo nível de escolaridade, mas com competências de nível elevado, apresentam maior probabilidade de reportar resultados sociais positivos do que indivíduos com nível de escolaridade médio, mas com competências reduzidas (Costa *et al.*, 2014, pp. 30-35).

PIAAC, numeracia e educação matemática: conhecer para agir

Uma das evidências para que a exploração de resultados do *Inquérito às Competências dos Adultos* promovido no âmbito do 1.º Ciclo do PIAAC chama a atenção diz respeito à implicação da proficiência em numeracia no complexo de fatores responsável pela determinação das oportunidades de vida de que os indivíduos podem dispor. Níveis elevados de proficiência – que se encontram associados ao uso regular e diversificado de competências de numeracia no quotidiano laboral e extralaboral dos indivíduos – estão ligados a aspetos como a qualidade do emprego e a robustez dos rendimentos disponíveis, a confiança e o bem-estar individual ou o empenhamento na vida coletiva.

A oportunidade que a participação de Portugal no 2.º Ciclo do PIAAC abre de avaliar e conhecer de forma detalhada o nível e características das competências detidas pela população adulta residente no nosso país fornecerá sem dúvida um incentivo adicional ao esforço de idealização e construção de estratégias mais abrangentes e adequadas de promoção da participação educativa e formativa ao longo da vida, condição indispensável à aquisição e ao desenvolvimento das competências que os desafios do presente e do futuro exigem.

Num tal quadro, a educação matemática há de ser convocada a assumir pelo menos dois papéis interligados e fundamentais: por um lado, apoiando a constituição de um “ambiente matemático” capaz de relevar a importância das competências de numeracia e o seu impacto na vida individual e coletiva e de sublinhar a responsabilidade dos sistemas educativos e formativos na garantia a todas as pessoas de níveis adequados de tais competências; por outro lado, contribuindo para a geração de um círculo virtuoso de engajamento e uso de competências de numeracia na vida quotidiana, através do enquadramento, programação e apoio à concretização de iniciativas apontadas ao reforço da proficiência – em especial das que possam dirigir-se às pessoas adultas que de um tal reforço mais possam necessitar e beneficiar.

Referências

- Ávila, P., Costa, A. F., Ramos, P., Botelho, M. C., Mauritti, R., & Rodrigues, E. (2011). *Programa Internacional para a Avaliação das Competências dos Adultos (PIAAC): Relatório de Atividades 2010*. Lisboa: CIES/ISCTE.
- Coben, D., Miller-Reilly, B., Satherley, P., & Earle, D. (2016). Making the most of PIAAC: Preliminary investigation of adults' numeracy practices through secondary analysis of the PIAAC dataset. *Adults Learning Mathematics: An International Journal*, 11(2), pp. 27-40.
- Costa, P., Rodrigues, M., Vera-Toscano, E., & Weber, A. (2014). *Education, adult skills and social outcomes: Empirical evidence from the Survey on Adult Skills (PIAAC 2013)*. Luxembourg: Publications Office of the European Union.
- Duchhardt, C., Jordan, A.-K., & Ehmke, T. (2017). Adults' use of mathematics and its influence on mathematical competence. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(1), pp. 155-174. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9670-1>.
- Gal, I., van Groenestijn, M., Manly, M., Schmitt, M. J., & Tout, D. (2005). Adult numeracy and its assessment in the ALL survey: A conceptual framework and pilot results. In S. T. Murray, Y. Clermont, & M. Binkley (Eds). *Measuring Adult Literacy and Life Skills New Frameworks for Assessment* (pp. 137-191). Ottawa: Statistics Canada.
- Gillespie, J. (2004). The "Skills for Life" national survey of adult numeracy in England. What does it tell us? What further questions does it prompt? Paper presented at ICME-10, the 10th International Congress on Mathematics Education (Copenhagen, Denmark).
- Grotlüschen, A., Mallows, D., Reder, S., & Sabatini, J. (2016). Adults with low proficiency in literacy or numeracy. *OECD Education Working Papers*, 131, 151 pp.. <https://dx.doi.org/10.1787/5jmov44bnmrx-en>.
- Jonas, N. (2018). Numeracy practices and numeracy skills among adults. *OECD Education Working Papers*, 177, 83 pp.. <https://dx.doi.org/10.1787/8f19fc9f-en>.
- Lane, M., & Conlon, G. (2016). The impact of literacy, numeracy and computer skills on earnings and employment outcomes. *OECD Education Working Papers*, 129, 44 pp.. <https://doi.org/10.1787/5jm2cv4t4gzs-en>.
- Maehler, D. B., Bibow, S., & Konradt, I. (2018). PIAAC Bibliography – 2008-2017. *GESIS Papers*, 2018/03, 147 pp.. <https://doi.org/10.21241/ssoar.56014>.
- Murat, F. (2005). Les compétences des adultes à l'écrit, en calcul et en compréhension orale. *Report INSEE, Paris, #1044* [online: <http://www.insee.fr>].
- Murray, T., Clermont, Y., & Binkley, M. (2005). *Measuring Adult Literacy and Life Skills New Frameworks for Assessment*. Ottawa: Statistics Canada.
- OECD (2013a). *Skilled for Life? Key Findings from the Survey of Adult Skills*. Paris: OECD Publishing.
- OECD (2013b). *OECD Skills Outlook 2013: First Results from the Survey of Adult Skills*. Paris: OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264204256-en>.
- OECD (2016). *Skills Matter: Further Results from the Survey of Adult Skills*, *OECD Skills Studies*. Paris: OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264258051-en>.
- OECD (2018). Students' numeracy skills and practices. *Adult Skills in Focus*, 8, 6 pp..
- OECD (2019a). *Skills Matter: Additional Results from the Survey of Adult Skills*, *OECD Skills Studies*. Paris: OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/1fo29d8f-en>.
- OECD (2019b). *The Survey of Adult Skills: Reader's Companion, Third Edition*, *OECD Skills Studies*. Paris: OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/f70238c7-en>.
- PIAAC Numeracy Expert Group. (2009). *PIAAC Numeracy: A Conceptual Framework*. *OECD Education Working Papers*, 35, 66 pp.. <https://dx.doi.org/10.1787/220337421165>.
- Prins, E., & Monnat, S. (2015). Examining associations between self-rated health and proficiency in literacy and numeracy among immigrants and US-born adults: Evidence from the Program for the International Assessment of Adult Competencies (PIAAC). *PLoS ONE*, 10 (7), e0130257. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0130257>.

AUDIO-PODCASTS DE MATEMÁTICAS: COMUNICACIÓN Y REPRESENTACIÓN CON LAS TIC

Christof Schreiber
Justus-Liebig-Universität Gießen

Resumen:

La creación de audio-podcasts ofrece una excelente oportunidad para representar de forma oral los contenidos de matemáticas usando medios digitales tanto en la formación docente, como en la educación primaria. Sin embargo, en el proceso de creación de los audio-podcasts hay fases gráficas-escritas y otras orales que están estrechamente vinculadas entre sí. Este artículo trata sobre la creación y utilización de podcast en la educación primaria (PriMaPodcast) y en la formación docente (MathePodcast) tanto para la enseñanza como para la investigación.

Palabras clave:

Audio-podcast. Representación. Comunicación. TIC. Enseñanza universitaria.

Abstract:

The creation of Audio-podcasts offers notable opportunities for oral representation of mathematical content through digital media, not only for teacher education but also in primary schools. When creating the audio-podcasts, there are written-graphic phases and oral phases that are closely linked. This article deals with the process of creating and the use in primary (PriMaPodcast) and teacher education (MathePodcast) for both, teaching and research.

Keywords:

Audio-podcast. Representation. Communication. ICT. Teacher-Education.

Introducción

Después del ‘choque de PISA’ en el año 2001- ya que así fue como se vivió el impacto de sus resultados en Alemania – se han cambiado todos los planes de estudio estatales y posteriormente regionales. Como consecuencia, el plan de estudio se estructuró en ciertas competencias para fomentar y contenidos matemáticos para enseñar. Las cinco competencias matemáticas en los estándares educativos alemanes son: resolución de *problemas*¹, *modelación*², *argumentación*³, *comunicación*⁴ y *representación*⁵ – de las cuales las dos últimas son de mayor interés en este artículo – (KMK 2005, S. 8; KMK 2004, S.7. Cabe destacar que tanto la representación como la comunicación se pueden llevar a cabo de manera escrito-gráfica y también oral. De hecho, en los estándares educativos alemanes – tanto en la educación primaria, como en la secundaria o en la enseñanza universitaria – se hace hincapié en la transmisión de contenidos usando diferentes medios y modos. En los estándares US-americanos los estudiantes deben usar las representaciones para comunicar y para modelar fenómenos matemáticos (véase NCTM). El currículum educativo en Canadá (Ontario Ministry of Education 2005) destaca por un lado la representación (p. 16) y por el otro la comunicación (p. 17) indicando que ambos pueden realizarse de forma oral. En el Boletín Oficial del Estado español de 2014 se exige tanto la “integración de las tecnologías de la información y la comunicación en el proceso de aprendizaje” (BOE, p. 35) como también “la comunicación” de resultados o “expresar verbalmente de forma razonada” (p. 33) contenidos matemáticos. Considerando el importante lugar que ocupan estas competencias en los distintos estándares, son de gran interés para la formación docente.

En matemáticas es muy común hacer notaciones, por ejemplo, al escribir fórmulas y símbolos, no obstante, la presencia de textos e incluso oraciones es escasa y resumida. La comunicación oral en el ámbito de esta ciencia no es considerada un aspecto central, ya que ésta se basa principalmente en el modo escrito (véase

Schreiber 2013a; 2013b). En este artículo se propone un método alternativo para el aprendizaje de las matemáticas, donde la combinación de ambos modos, el escrito y el oral, ofrece una oportunidad para optimizar el aprendizaje de las matemáticas. Este método intenta fomentar la comunicación y la representación matemática mediante la creación de audio-podcasts tanto *por* alumnos de primaria (PriMaPodcast) como *por* estudiantes de magisterio (MathePodcast). En el proceso de creación de los audio-podcasts el componente oral de la comunicación es un aspecto fundamental. Aquí el producto final creado por los alumnos es puramente verbal, ya que la tecnología de los audio-podcasts solo lo permite así. Sin embargo, para la investigación de los procesos y de los productos resulta útil que en la creación de los podcasts, cuyo objetivo es obtener un producto final oral, también se tenga en cuenta el modo escrito. El proceso iterativo entre fases orales y escrito-gráficas en la creación de audio-podcasts es crucial para el aprendizaje de las matemáticas.

1 – Competencia que permite identificar y resolver problemas matemáticos.

2 – Competencia que permite utilizar las matemáticas en contextos funcionales relacionados con situaciones de la vida diaria. Comprendiendo, simplificando dicha situación, traduciéndola a un modelo matemático adecuado para obtener óptimos resultados y transmitirlos nuevamente a la situación real.

3 – Competencia que permite suponer, reconocer y cuestionar enunciados matemáticos, así como buscar y comprender explicaciones.

4 – Competencia que permite la comunicación oral y escrita de la forma razonada de procesos en la resolución de problemas matemáticos describiendo y reflexionando al respecto, principalmente el uso correcto de vocabulario y términos técnicos.

5 – Competencia que permite el adecuado desarrollo, así como la adecuada aplicación y evaluación de representaciones matemáticas.

Matemática escrita – matemática oral

En el área de la ‘matemática escrita’ (Morgan 1998: *Writing Mathematically*) se lleva trabajando desde hace bastante tiempo en la enseñanza de las matemáticas. Algunas ideas de cómo escribir en matemáticas han sido implementadas en el uso de los ‘diarios matemáticos’ (Gallin y Ruf 1998), ‘Journal writing’ (Borasi y Rose 1989) o como material suplementario en el aprendizaje de las matemáticas (Fetzer 2007). La descripción de procesos matemáticos en forma escrita también ha sido utilizada para analizar retrospectivamente la resolución de ejercicios (Selter 1996). La investigación de la comunicación basada en inscripciones *durante* el proceso para resolver problemas ya se llevó a cabo en el proyecto ‘Mathe-Chat’ (Schreiber 2010; 2013; 2015), el cual trata sobre el análisis semiótico de las inscripciones en un chat matemático en internet.

En el contexto de la comunicación oral en matemáticas existen numerosas investigaciones (véase Pimm 1987: *Speaking Mathematically*) como la de Clarke y Hua Xu refiriéndose a Bauersfeld (1994), a Cobb (1994) o a Bruner (1983). Ellos han analizado “the opportunity provided to students for the oral articulation of the relatively sophisticated mathematical terms that formed the conceptual content of the lesson.” (Clarke y Hua Xu, 2009, p. 2463). Muchas de estas investigaciones incluyen los modos de visualización gráfica y escrita. La investigación de Wille y Schreiber (2019) compara el uso del lenguaje de signos con el lenguaje oral en vídeos en temas matemáticos. Un proyecto relativamente nuevo es el uso de la radio educativa – un medio bastante clásico – como fuente para el aprendizaje de las matemáticas (Peters, 2019).

TIC para comunicación y representación

Para fomentar las representaciones y la comunicación usando los TIC en las clases de matemáticas hay distintas opciones recomendables. Una opción clásica es el uso de vídeos como fuente de información (Ribera y Rotger 2019), sobre todo, si están hechos con conocimiento de la didáctica de matemáticas. Una manera de profundizar aún más el conocimiento de los alumnos sería si ellos mismos produjesen el vídeo (Leinigen, 2020). Existe también un proyecto de tareas con vídeos ‘silenciosos’ (‘silent video task’; Kristinsdóttir, Hreinsdóttir, y Lavicza 2018) en el que los alumnos tienen que producir un texto adecuado para los vídeos matemáticos. Un proyecto similar es el ‘VITALmaths’ (Schäfer, Linneweber-Lammerskitten y Kellen 2017) donde también se usa el vídeo como impulso para explicar fenómenos matemáticos. Una de las herramientas más comunes para las representaciones con los TIC en matemáticas es el software GeoGebra (Sagade y Nava 2018; Abaurrea, Lasa y Wilhelmi 2019), aunque también existen otras posibilidades para la representación (Escrivà, Jaime y Gutiérrez 2018). El uso de podcasts – tanto en audio como en vídeo – fue descrito por Bergquist (2013) con referencia explícita a las competencias matemáticas sobre todo a la representación y la de comunicación. Todos estos ejemplos son podcasts producidos por profesores universitarios *para* los estudiantes. Podcasts producidos *por* los estudiantes no se habían realizado hasta el momento debido a “practical limitations” (ibid; p. 147). La producción de audio-podcasts con estudiantes e incluso con alumnos de la primaria se está aplicando con éxito desde el año 2011 con diferentes contenidos (Schreiber 2011, 2013b; Schreiber y Klose 2017b).

Audio-podcasts en temas matemáticos

Para comenzar es necesario definir el término 'podcast', qué tipo de podcast se emplea y cómo es el proceso de creación de podcast que se ha desarrollado en los diferentes proyectos.

Los podcasts son archivos de audio o vídeo que se descargan del internet y están disponibles en la red mediante una suscripción. Posiblemente el verbo 'podcasting' está compuesto por 'Ipod' (de Apple) y por 'broadcasting' (radiodifusión) o - más probable - proveniente de una abreviación de 'playable on demand (pod)' y de 'broadcasting'.

Los podcasts descritos en este artículo son exclusivamente de audio. Imágenes fijas o en movimiento, al igual que textos escritos, no pueden ser utilizados. Aquí surge la pregunta: ¿Cómo se puede mejorar el proceso de aprendizaje de las matemáticas con el uso de medios digitales siendo la representación oral la parte dominante? (ver también Klose y Schreiber 2014; 2013). Por tal razón, se ha desarrollado un proceso para la creación de audio-podcasts de matemáticas adecuado para que los estudiantes universitarios y también los alumnos de colegios reflexionen sobre temas matemáticos (Schreiber y Klose 2017a; 2017b). La descripción de la idea y el proceso de la creación de los podcasts está también disponible en el blog en la página de internet: <http://www.uni-giessen.de/mathepodcast/> (Consultado el 30.04.2020) o en una versión bilingüe en alemán-inglés en: <http://www.uni-giessen.de/primapodcast-bili/> (Consultado el 30.04.2020).

La creación de audio-podcasts sobre temas matemáticos se centra principalmente en la parte oral. Teniendo en cuenta que la representación de contenidos matemáticos se lleva a cabo normalmente a través de medios escrito-gráficos, resulta de gran interés averiguar cómo sería posible la representación de los mismos utilizando solo un medio oral. Más concretamente interesa saber: ¿Cómo describen los estudiantes conceptos matemáticos tales como 'infinito', 'mayor que' y 'menor que', operaciones como la suma y la división, objetos geométricos como el círculo o el cuadrado, si solo es posible la representación verbal?

En general todos los diferentes contenidos matemáticos son interesantes para el aprendizaje y para el análisis. Sin embargo, los temas de geometría captan particularmente la atención, ya que para su descripción en una primera instancia la representación gráfica suele ser indispensable. Es un reto no utilizar la representación escrita y gráfica. Del mismo modo los algoritmos de la aritmética, como los métodos de cálculo o el uso de ventajas computacionales pueden producir resultados interesantes, ya que la representación escrita de éstos también es esencial.

Proceso de creación de audio-podcast

Los primeros podcasts realizados por los alumnos y estudiantes resultaron muy simples, poco elaborados (Schreiber 2011) y con escasa reflexión acerca del contenido. Para mejorar la calidad de los audio-podcasts y al mismo tiempo para profundizar la reflexión acerca de las matemáticas se desarrolló un procedimiento que será descrito a continuación (Imagen 1; ver también Schreiber y Klose 2017a; 2017b). El proceso es igual tanto para los PriMaPodcasts de los alumnos como para los MathePodcasts de los estudiantes universitarios:

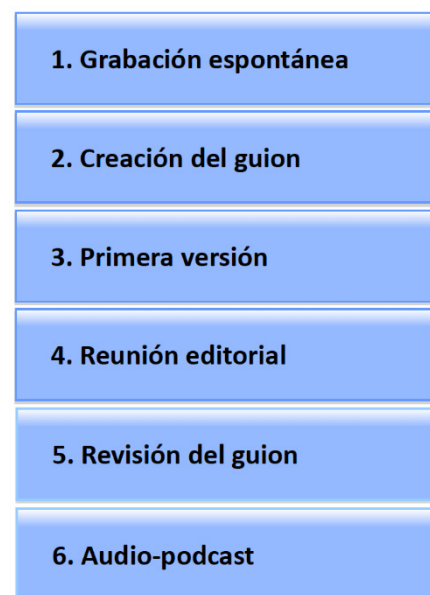


Imagen 1: Proceso de creación de audio-podcasts para matemáticas

1. Grabación espontánea:

Para la creación de los audio-podcasts los estudiantes o los alumnos deben responder espontáneamente una pregunta en el campo de la matemática o reaccionar a un impulso inicial. La respuesta se registra como un archivo de audio. Esta primera grabación puede

ser escuchada repetidamente por los estudiantes para que ellos reflexionen sobre su respuesta. Los impulsos o las preguntas a los alumnos de escuela serían por ejemplo ‘¡Explicad, qué es la simetría’, o ‘¿Cómo se diferencia el cuadrado de los demás cuadriláteros?’. Trabajando con los estudiantes los ejemplos serían diferentes: ‘¡Expliquen la relación entre números triangulares y números cuadrados!’. Sin embargo, las preguntas para los alumnos de la primaria también son aplicables para los estudiantes. Ellos pueden explicarlo a un nivel más alto y con un vocabulario más técnico y exacto.

2. Creación del guion

En un siguiente paso se planifica la grabación del audio-podcast según la pregunta o el impulso inicial. Para esto se crea un guion que forma la base para la grabación de la primera versión (borrador) del audio-podcast. En este paso está permitido el uso de materiales propios u otros materiales adicionales, incluyendo investigaciones en internet. En este paso se crea un producto gráfico-escrito, el cual será representado en forma oral en un siguiente paso.

3. Primera versión:

La grabación que tenga el potencial como para ser publicada empieza con la misma pregunta o impulso y está basada en el guion. Esta versión no será publicada en internet, pero sirve para la reunión editorial donde participan otros grupos de alumnos o estudiantes y el profesor.

4. Reunión editorial:

Los estudiantes o alumnos escuchan la primera versión de la grabación en conjunto con otro grupo en una reunión editorial en la cual se dan consejos y sugerencias mutuamente. En esta reunión también se destacan los aspectos positivos, se proponen cambios o se dan a conocer aspectos faltantes. Luego del proceso de mutuo apoyo entre los grupos se pide también sugerencia a los profesores con respecto al diseño y al contenido para poder optimizar la grabación de los podcasts. El éxito y la calidad del producto final depende de las correcciones y sugerencias obtenidas en la reunión editorial.

5. Revisión del guion:

En esta etapa los grupos trabajan otra vez por separado ya sea mejorando su guion existente o preparando uno nuevo. Para esto los estudiantes o alumnos pueden tener en cuenta las sugerencias de los otros

grupos y las del profesor. Al llevar a cabo la revisión de la primera versión los grupos pueden añadir o quitar partes en el guion y crear en parte nuevos guiones.

6. Audio-podcast:

La grabación destinada a la publicación tiene como comienzo la misma pregunta o impulso dados en el primer paso de la creación del podcast. Esta grabación se lleva a cabo teniendo en cuenta la revisión del guion. En un siguiente paso las grabaciones estarán disponibles en el blog. En dicho blog se publican únicamente las versiones finales de los podcasts creados por los alumnos o estudiantes.

Los primeros intentos con audio-podcasts de matemáticas se llevaron a cabo con alumnos o estudiantes en alemán, más tarde se realizaron en clases bilingües o con hablantes de otras lenguas. Además, se crearon podcasts para los estudiantes de diferentes carreras quienes tienen matemáticas como materia. Los diferentes tipos de podcasts creados por los alumnos o estudiantes en diferentes idiomas (alemán, inglés, francés) están disponibles al público en un blog. Cada podcast se puede encontrar rápidamente gracias a las categorías o a la indexación disponibles en los blogs. Asimismo, los ejemplos son muy variados en cuanto a duración, creación y calidad.

En las distintas fases de la creación del audio-podcast es posible articular sus ideas sin tener público. En un siguiente paso está permitido usar sus propios apuntes, material de clase o buscar en internet para preparar el tema adecuadamente. La reunión editorial facilita una comunicación según los estándares: “Effective classroom communication requires a supportive and respectful environment that makes all members of the class feel comfortable when they speak and when they question, react to, and elaborate on the statements of their classmates and the teacher.” (Ontario Ministry of Education 2005, p. 17).

Podcasts en la educación primaria: ‘PriMaPodcast’

Se ha seleccionado el acrónimo ‘PriMaPodcast’ (imagen 2) para designar los audio-podcast que están hechos en la ‘primaria’ y sobre temas ‘matemáticos’. La creación de los podcasts en la clase de matemáticas para el nivel de educación primaria tiene los siguientes fines:

- Aprendizaje: La presentación de los temas que se hace para los alumnos es un reto especial. Ésta no debe tener ningún medio escrito o gráfico, sino únicamente el verbal. Esto hace que la descripción oral tenga que ser más precisa y hacer uso de un lenguaje más exacto y técnico.

- **Diagnóstico:** El proceso de la creación de los PriMaPodcasts muestra el nivel de aprendizaje de los alumnos. De esta manera, se puede comprobar el nivel de conocimiento y aprendizaje de un alumno o de un grupo pequeño de alumnos. En relación a los temas previamente estudiados, los profesores reciben un feedback informativo.
- **La investigación:** Debido a la escasa visualización se pueden formular ciertas preguntas, por ejemplo, cómo los estudiantes reemplazan lo visual; con qué lo reemplazan; y si logran hacer dicho reemplazo. Ésta es una forma de analizar y evaluar las capacidades lingüísticas y el uso de términos técnicos en la descripción de temas matemáticos.



Imagen 2: Logotipo PriMaPodcast

También ha habido un gran interés en el desarrollo de los PriMaPodcasts en otros idiomas. Se han grabado podcasts con alumnos de clases bilingües de alemán-inglés (Klose 2013). Klose analiza en su tesis doctoral la formación de conceptos matemáticos en clases bilingües usando la creación de los podcasts como herramienta (Klose, 2020). También se enfoca en el uso de los PriMaPodcasts como método para el aprendizaje de matemáticas⁶ en clases bilingües.

Por otro lado, también existe el interés en los podcasts de alumnos cuya lengua materna no es el alemán y quienes *no* reciben clases de matemáticas en su idioma nativo. Por ejemplo, existen grabaciones en ruso⁷. Esto sirve también para sensibilizar a los estudiantes de la carrera docente sobre la heterogeneidad lingüística existente en los colegios. Este enfoque lingüístico resulta igualmente favorable para los estudiantes que hablan también otros idiomas porque refleja su multilingüismo.

Tal y como se describió en el desarrollo de la creación del audio-podcast, la parte escrita y oral están presentes de manera diferente y a su vez están entrelazadas. La creación de los audio-podcasts en el aprendizaje de

las matemáticas permite conectar la representación escrita con la oral (ver también Schreiber y Klose 2017a). Además, es bastante importante la creación escrita del guion como producto intermedio, si el objetivo es obtener un producto final de alto nivel y alta calidad.

Podcasts en la formación docente: ‘MathePodcast’

Las ventajas que ofrece la creación de audio-podcasts pueden ser aprovechadas también en la formación docente, aunque su finalidad sea un poco diferente. Los dos objetivos principales que se persiguen en los podcasts con estudiantes son: por un lado, se intenta presentar un método didáctico de aprendizaje y por otro lado se apunta a profundizar el conocimiento de los contenidos matemáticos de los mismos estudiantes. El proceso de creación de los audio-podcasts por los estudiantes de magisterio tiene exactamente los mismos pasos arriba descritos. Respetar el proceso de creación es importante sobre todo para que los estudiantes conozcan exactamente cada paso y puedan realizarlos en clase con los alumnos. Los estudiantes experimentan así lo difícil que es hacer la presentación espontánea de un tema cuando solo se dispone de medios verbales. De esta manera la creación de los MathePodcasts (imagen 3) con los estudiantes tiene un fin didáctico.

El método de crear audio-podcasts con los alumnos ofrece la oportunidad de aprender investigando en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas (García y García 1989; Rodríguez, Moreno y Aguilera 2008). Durante la carrera los estudiantes deben realizar este tipo de investigación con alumnos de escuela, creando con ellos los PriMaPodcasts. A través de estos trabajos investigadores los estudiantes pueden llevar a cabo análisis en áreas tales como la comunicación matemática, la semiótica, la interacción y otras áreas más.



Imagen 3: Logotipo MathePodcast

6 – Los ejemplos en inglés se pueden encontrar en: www.uni-giessen.de/primapodcast-bili (consultado el 30.04.2020) y aquellos en francés se encuentran en: <http://podcast.math.uni-giessen.de/primapodcast-fr/> (consultado el 30.04.2020).

7 – Ejemplos en ruso: www.uni-giessen.de/primapodcast-ru (consultado el 30.04.2020).

No obstante, la creación de podcasts también sirve para que los estudiantes de la formación docente profundicen los contenidos matemáticos y progresen en el aprendizaje de los temas estudiados con anterioridad. Los estudiantes de la carrera docente en Alemania a menudo están confundidos en los primeros semestres debido a los contenidos de los cursos, ya que suelen creer que dominan suficientemente las matemáticas y solo necesitan aprender algunas sugerencias y trucos con respecto a la metodología para la enseñanza de la materia. Algunos escasamente poseen los conocimientos básicos necesarios y además rechazan la exigencia de aprender matemáticas a un nivel universitario. Otro problema de la carrera docente de educación primaria en Alemania es que las matemáticas es una asignatura obligatoria. A muchos de los estudiantes no les interesan las matemáticas y además les resulta complicado su aprendizaje. Para poder realizar una carrera universitaria exitosa, los estudiantes deben ponerse al día con muchos temas que no fueron aprendidos en profundidad o no fueron entendidos con exactitud durante su paso por el instituto. El método de creación de audio-podcasts les ofrece a los estudiantes una experiencia distinta con las matemáticas conocidas en el colegio. Asimismo, para los estudiantes más avanzados la creación de podcasts presenta un reto muy especial y muchas veces muy motivador, ya que pueden ser creativos explicando temas matemáticos en este modo tan particular (véase los ejemplos en: <http://www.uni-giessen.de/mathepodcast/> Consultado el 30.04.2020). La creación de los MathePodcasts prepara a los estudiantes para la enseñanza de las matemáticas y también los ayuda a reflexionar sobre la rutina en la jornada escolar a nivel profesional. Por medio de estas actividades meta-cognitivas – la reflexión sobre el propio pensamiento y sobre el propio conocimiento en matemáticas – se logra una mejor comprensión del contenido del curso de la carrera docente.

La creación de MathePodcasts con los estudiantes de los primeros semestres se ofrece actualmente como un proyecto en el instituto de didáctica de las matemáticas de la Justus-Liebig-Universität en Giessen.

Con este proyecto se busca:

- ofrecer una seguridad profesional en los estudios a través de la enseñanza de conceptos básicos importantes.
- extender las competencias comunicativas en relación con conceptos y procedimientos matemáticos.

- mejorar la satisfacción en el estudio mediante la reflexión sobre la importancia en la comprensión profunda de las matemáticas.
- reconocer el beneficio de la metodología utilizada en la teoría y en la práctica, así como en el uso de los medios digitales.

Para la evaluación y el análisis del proyecto en la formación docente de los estudiantes se asignó un trabajo científico. Un grupo de estudiantes ha sido acompañado en el proceso de producción de un audio-podcast. Este proceso ha sido analizado en relación al progreso del aprendizaje. Los primeros resultados de la evaluación proporcionan evidencia del efecto positivo que tiene la reflexión sobre los contenidos de los cursos. Una discusión en grupo sobre los contenidos no solo ayuda a mejorar los conocimientos, sino también a retenerlos más fácilmente en la memoria. Los estudiantes también describen las ventajas que tiene la creación de podcasts como un método de aprendizaje para los alumnos en los colegios. Esto indica que la creación de podcast para el aprendizaje de las matemáticas ‘MathePodcasts’ tiene también un beneficio didáctico (Lau 2014).

Conclusiones

Como se describió anteriormente, el uso particular de los medios digitales puede ser beneficioso para los estudiantes, ya que se llevan a cabo procesos de reflexión que ayudan a profundizar los contenidos aprendidos durante la carrera. En cuanto a la ,retención‘ de los contenidos y a su capacidad de reproducción, este método resulta particularmente eficaz. Este método no solo enriquece la clase de matemáticas en relación al uso de medios digitales, sino también en otras áreas. Lo particular en las matemáticas es, que esta ciencia basada en lo gráfico-escrito está representada aquí en un producto oral. Técnicamente, este método, como se ha descrito en este artículo, puede ser utilizado en otras asignaturas también.

El método es apropiado para la enseñanza en la educación primaria, pero también puede ser utilizado tanto para el nivel secundario como para el universitario. Sin embargo, la forma de apoyar al estudiante es naturalmente diferente en cada caso.

Los estudiantes no solo trabajan en los contenidos de los audio-podcasts, sino que también desarrollan competencias en relación al uso de medios digitales, los cuales son utilizados activamente para la representación del propio conocimiento. El internet no se utiliza simplemente como forma receptiva, es decir, como un recurso, sino como plataforma empleada por los estudiantes para mostrar sus propios productos.

Otra ventaja que ofrece la creación de podcasts es que los estudiantes pueden aprender investigando (García y García 1989; Rodríguez, Moreno y Aguilera 2008) en el ámbito de la enseñanza de matemáticas. Realizando este tipo de investigaciones con alumnos los estudiantes pueden llevar a cabo investigaciones en áreas tales como la comunicación matemática, la semiótica, la interacción y otras áreas más.

La combinación entre la representación escrita y oral para presentar un tema en la clase de matemáticas no solo ofrece posibilidades para mejorar los procesos de aprendizaje de las matemáticas, sino también para la investigación con respecto a la enseñanza de una asignatura. La transición del modo oral al modo escrito y viceversa en la creación de ,PriMaPodcasts‘ es un desafío para el estudiante. Al lograr esto, se promueve el uso de conceptos matemáticos al igual que el desarrollo de la comunicación y la argumentación, competencias centrales en los estándares alemanes de educación matemática, así como en los de otros países (KMK 2005, 2006; NCTM; BOE).

Referências

- Abaurrea, J., Lasa, A. y Wilhelmi, M. R (2019). Análisis didáctico de actividades para el estudio de lugares geométricos. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 143-152). Valladolid: SEIEM.
- Bauersfeld, H. (1994). ‘Language Games’ in the mathematics classroom: Their function and their effects’. In P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 271-291). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Bergquist, T. (2013). Podcasting Mathematics. In *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 20 (4) pp. 147-155.
- Bruner, J. (1983). *Children’s talk: Learning to use language*. Oxford: OUP.
- Borasi, R. y Rose, B. J. (1989). Journal Writing and Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 20 (4), pp. 347-365.
- Clarke, D., y Xu, L.H. (2010). Spoken mathematics as a distinguishing characteristics of mathematics classrooms in different countries. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne y F. Arzarello (Eds.) *Proceedings of CERME 6*, France (S. 2463-2472)
- Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development, *Educational Researcher*, 23(7), 13-20.
- Escrivà, M.T., Jaime, A., y Gutiérrez, Á. (2018). Uso de software 3D para el desarrollo de habilidades de visualización en Educación Primaria. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 7(1), 42-62
- Fetzer, M. (2007). “Why should I implement writing in my classes?” An empirical study on mathematical writing. In D. Pitta-Pantazi y G. Phillipou, (Eds.), *Proceedings of CERME 5*, Cyprus, (pp.1210-1219)
- Gallin, P. y Ruf, U. (1998). *Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz*. Seelze-Velber: Kallmeyer.
- García, J. E. y García, F. F. (1989). Aprender investigando. Una propuesta metodológica basada en la investigación. Sevilla: Díada.
- Klose, R. (2020). *Mathematische Begriffsbildung von bilingual unterrichteten Schülerinnen und Schülern – Der Einsatz von PriMaPodcasts zur Beschreibung mathematischer Inhalte in deutscher und englischer Sprache*. Tesis Doctoral. Fachbereich Sozial- und Kulturwissenschaften, Justus-Liebig-Universität de Gießen.

- Klose, R. (2013). *Englischsprachige PriMaPodcasts im Mathematikunterricht*. consultado 13/5/2019, disponible en: <http://www.lehrer-online.de/primapodcasts-englisch-mathe.php>
- Klose, R. y Schreiber, Chr. (2014). Producing Audio-Podcasts to Mathematics. In *CME Proceedings 2014* (CME ,14 in Poznan).
- Klose, R. y Schreiber, Chr. (2013). PriMaPodcast- A tool for vocal representation. In *SEMT Proceedings 2013* (SEMT ,13 in Prague).
- Klose, R. y Schreiber, Chr. (2018). TellMEE - Telling Mathematics in elementary Education. In C. Benz, A. Steinweg, H. Gasteiger, H. Vollmuth, P. Schöner, y J. Zöllner (Eds.), *Mathematics Education in the Early Years. Results from the POEM3 Conference, 2016* (pp. 159-177). New York: Springer.
- KMK (2004). Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder (Ed.) Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Bildungsabschluss. München: Luchterhand.
- KMK (2005). Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder (Ed.) Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. München: Luchterhand.
- Kristinsdóttir, B., Hreinsdóttir, F., y Lavicza, Z. (2018). Realizing students' ability to use technology with silent video tasks. In Weigand, H. et. al. (Eds.), *Proceedings of the 5th ERME Topic Conference MEDA*. Copenhagen: University of Copenhagen (pp. 163-170).
- Lau, L. (2014). *Audio-Podcasts zur Vertiefung mathematischer Inhalte*. Tesis no publicada, Institut für Didaktik der Mathematik, Justus-Liebig-Universität de Gießen.
- Leinigen, A. (2020). Kinder erklären für Kinder mathematische Sachverhalte mit Lehrfilmen. In B. Brandt, L. Bröll, & H. Dausend (Hrsg.), *Tagungsband zum Symposium „Lernen digital“*. (pp. 205-221). Münster: Waxmann.
- Morgan, Candia (1998). *Writing Mathematically. The Discourse of ‚Investigation‘*. *Studies in Mathematics Education Series*. New York: Routledge.
- Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*. Madrid. 1 de marzo de 2014, núm. 52, pp. 19349-19420.
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM. consultado 13/5/2019, disponible en: <http://www.nctm.org/standards/>
- Ontario Ministry of Education (2005). A guide to effective instruction in mathematics, Kindergarten to grade 6: Volume 2 – Problem solving and communication. Toronto, ON: Queen's Printer for Ontario.
- Peters, F. (2019). *Specialized language support in mathematics education through the use of radio resources*. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Utrecht: Utrecht University.
- Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically. Communication in mathematics classrooms*. London, New York: Routledge.
- Ribera, J. M. y Rotger, L. (2019). Vídeos de resolución de problemas para alumnado de altas capacidades matemáticas. In J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (p. 647). Valladolid: SEIEM
- Rodríguez O., I., Moreno P., F.J. y Aguilera J., A. (2008). Aprender y enseñar investigando: Aprendizaje basado en proyectos de investigación. En Mesa L.-C., J.M., Castañeda B., R., y Villar A. J.L. (ed.) *Experiencia de Innovación Universitaria (II)* (pp. 369-389) Sevilla: Instituto de Ciencias de la Educación.
- Sagade P., M. E. y Nava R., M. C. (2018). Secuencia didáctica para el estudio de los triángulos en Educación Primaria con Geogebra y un primer análisis. *Números, Revista de Didáctica de Matemáticas*. (98), 163-177.
- Schreiber, Chr. (2015). Semiotic Analysis of Collective Problem-Solving Processes Using Digital Media. In A. Saenz-Ludlow y G. Kadunz (Eds.), *Semiotics as a Tool for Learning Mathematic: How to Describe the Construction, Visualisation, and Communication of Mathematical Concepts* (pp. 171-196). Rotterdam: Sense Publisher.
- Schreiber, Chr. (2013a). Semiotic Processes in Chat-based Problem-Solving Situations. *Educational Studies in Mathematics*. 82 (1), 51-73.
- Schreiber, Chr. (2013b). PriMaPodcast – Vocal Representation in Mathematics. In Ubuz, B., Haser, C., y Mariotti, M. A. (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1596-1605). Antalya, Turkey.
- Schreiber, Chr. (2011). Digitale Medien und Darstellung im Mathematikunterricht. In Knaus, T. y Engel, O. (Eds.) *fraMediale – digitale*

- Medien in Bildungseinrichtungen*, 2, 123-134.: München: kopaed.
- Schreiber, Chr. (2010). *Semiotische Prozess-Karten - Chatbasierte Inskriptionen in mathematischen Problemlöseprozessen*. Münster: Waxmann.
- Schreiber, Chr., y Klose, R. (2017a). Audio-Podcasts zum Darstellen und Kommunizieren. In Chr. Schreiber, R. Rink, y S. Ladel (Eds.), *Digitale Medien im Mathematikunterricht der Primarstufe. Ein Handbuch für die Lehrerbildung*, 63-88. Münster: WTM.
- Schreiber, Chr., y Klose, R. (2017b). The use of artifacts and different representations by producing mathematical audio-podcasts. In T. Dooley, y G. Gueudet, (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 4008-4015). Dublin, Ireland.
- Schäfer, M., Linneweber-Lammerskitten, H. y Kellen, M. (2017). An analysis of mathematical reasoning and collaborative argumentation through interactions with VITALmaths video clips. In *Book of Abstracts of the 25th Annual Meeting of the Southern African Association for Research in Mathematics, Science & Technology Education (SAARMSTE)* Bloemfontein (pp. 180-181).
- Selter, Chr. (1996). Going one's own way. A teaching experiment in grade 3. In Van der Boer, Corine y M. Dolk (Eds.), *Modellen, meten en meetkunde. Paradigma's van adaptief onderwijs* (pp. 87-99). Utrecht: Panama/HvU & Freudenthal institute.
- Wille, A., y Schreiber, Chr. (2019). Explaining geometrical concepts in sign language and in spoken language - a comparison. In U.T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, y M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 4609-4616). Utrecht, Netherlands.

ESTUDIO EXPLORATORIO DE LAS STEAM DESDE LAS MATEMÁTICAS

Teresa F. Blanco

Universidad de Santiago de Compostela

Valeria González-Roel

Universidad de Santiago de Compostela

Antía Álvarez Ares

Universidad de Santiago de Compostela

Resumen:

En este artículo se realiza una revisión bibliográfica preliminar de propuestas STEAM (Science, Technology, Engineering, Art y Mathematics) desde la óptica de las matemáticas. El objetivo es determinar el tratamiento que las matemáticas reciben en las mismas y qué contenidos matemáticos específicos se trabajan. Se toma una muestra de 47 propuestas STEAM de una base de datos concreta. La investigación es cuantitativa, construyendo un instrumento de análisis que atiende a nueve indicadores. Los resultados muestran que la matemática es la disciplina más presente y que su función es eminentemente instrumental.

Palabras clave:

Revisión bibliográfica. STEAM.
Propuestas. Matemáticas.

Abstract:

In this article, a preliminary bibliographic review of STEAM (Science, Technology, Engineering, Art and Mathematics) proposals from the perspective of mathematics is carried out. The objective is to determine the treatment that mathematics receive in them and which specific mathematical contents are worked on. A sample of 47 STEAM proposals is taken from a specific database. The research is quantitative, building an analysis instrument that addresses nine indicators. The results show that mathematics is the most present discipline and that its function is eminently instrumental.

Keywords:

Bibliographic review. STEAM.
Proposals. Mathematics.

Introducción

El rol del docente en el proceso educativo y en general, la escuela, deben afrontar un proceso de transformación para adaptarse a las nuevas demandas del s. XXI (Lapertosa, Burgos, Firman, Burghardt y Romero, 2017). Para dar respuesta a estas nuevas necesidades se ha comenzado a introducir, en las escuelas, la educación STEAM (acrónimo en inglés de Science, Technology, Engineering, Art y Mathematics). Esta educación hace referencia a una manera de enseñar y aprender integrando dichas disciplinas de una forma eminentemente práctica y resolviendo problemas reales para evitar que se vean como ámbitos aislados, sin ninguna aplicación real y aumentando el interés y la motivación del alumnado (Couso, 2017; García Cartagena, Reyes González y Burgos Oviedo, 2017; Gorgal, Blanco, Salgado y Diego-Mantecón, 2017; Moore y Smith, 2014).

Actualmente, esta corriente está sufriendo un gran auge con múltiples proyectos impulsados por distintas instituciones, tanto públicas como privadas, para promover iniciativas STEAM. Así mismo, la cantidad de trabajos y artículos publicados relacionados con esta temática también ha aumentado considerablemente, incluso son frecuentes los monográficos sobre STEAM en diversas revistas científicas.

Teniendo en cuenta lo anterior, en este artículo se lleva a cabo un estudio de carácter exploratorio cuyo objetivo es realizar una revisión bibliográfica de la producción científica en el ámbito de las STEAM. Esta revisión se focaliza en los aspectos relacionados con las matemáticas y está centrada en aquellos artículos en los que se exponen proyectos o actividades. La pregunta de investigación se formula de la siguiente manera: ¿qué papel juegan las matemáticas en las propuestas STEAM y qué contenidos matemáticos se trabajan?

Propuestas didácticas STEAM

Las propuestas didácticas STEAM, en forma de actividades o proyectos, llevan asociadas una metodología basada en el trabajo colaborativo y centrada en el aprendizaje interdisciplinar a través de la investigación (Escalona, Cartagena y González, 2018). Así, por ejemplo, el alumnado aprende ciencias reproduciendo el proceso de investigación que sigue esta disciplina para crear conocimiento (Artigue y Blomhoj, 2013). Se formula una pregunta de investigación, se diseñan experimentos y/o se recogen datos, se obtienen conclusiones de estos y, a partir de ellos, se trata de explicar el fenómeno (Domènech Casal, 2019a).

Como señalan distintos estudios (Atkinson y Mayo, 2010; Domènech Casal, 2019b), en la práctica, la interdisciplinariedad que exigen las STEAM no está presente en muchos de las propuestas, trabajándose las diferentes materias implicadas de forma poco integrada y con poca profundidad. Lograr la interdisciplinariedad de contenidos de las diferentes disciplinas resulta bastante complejo, puesto que cada una tiene un enfoque epistémico diferente, no solo se diferencian en el conjunto de conocimientos específicos y en las formas de hacer, sino también en los valores y objetivos (Couso, 2017; National Research Council, 2012).

Frecuentemente, la mayoría de las propuestas están orientadas por una de las disciplinas en las que se busca el uso del conocimiento del resto (Simarro y Couso, 2018). En algunos casos las actividades se centran en ciencia y matemáticas, dejando de lado la ingeniería, la tecnología y el arte e ignorando su importante papel en la formación de los estudiantes en el creciente mundo digital (English, 2015). Otras se centran en el uso de las nuevas tecnologías, en la parte artística o en la adquisición de ciertas competencias transversales como el trabajo en equipo, la comunicación y la creatividad. En estos casos, la ciencia y las matemáticas pasan a ser simples herramientas en el diseño de soluciones, en vez de presentarse como disciplinas que proporcionan otras formas de hacer, pensar y comunicarse (Simarro y Couso, 2018).

Escalona et. al (2018) recogen los siguientes requisitos para la construcción de una propuesta didáctica STEAM: (1) Gira en torno a un tema vinculado al mundo real y próximo al contexto de los estudiantes, de forma que este sea motivador y que aumente su confianza e interés por las áreas STEAM; (2) Se orienta hacia la resolución de un problema, y este a su vez, hacia la creación de un producto por parte de los estudiantes, priorizando el desarrollo de ciertas habilidades frente los contenidos; (3) Las disciplinas que componen STEAM se presentan integradas de forma interdisciplinaria y conectadas con el tema central; (4) El estudiante es el protagonista, trabajando principalmente de manera colaborativa y el docente actúa como simple guía; (5) Se incorpora el uso de la tecnología y la creación artística como herramientas; (6) La propuesta finaliza con la presentación y evaluación de un producto diseñado por los estudiantes. Se evalúa tanto el proceso como el producto, concediendo más importancia al primero. Sin embargo, debido a la dificultad que supone el hecho de integrar todas las áreas en un sólo proyecto, como se ha visto en párrafos anteriores, será muy común considerar como una propuesta STEAM cualquiera que integre dos o más de estas disciplinas, siempre que se cumplan los otros requisitos característicos de las propuestas STEAM que anteriormente se mencionaron (Chen, 2009).

Aprendizaje de las Matemáticas y STEAM

El aprendizaje de las matemáticas se define como un proceso en el que el alumnado debe comprender los conceptos matemáticos y las relaciones entre ellos y desarrollar el dominio de ciertos procedimientos y habilidades para usar en el análisis e interpretación de distintas situaciones (Lesh e Doerr, 2003; English, Lesh y Fennewald, 2008). Vemos entonces dos vertientes en dicho aprendizaje, una de carácter práctico, que es el saber hacer; y otra de carácter intrínseco como es el saber. Desde la primera vertiente, el aprendizaje de las matemáticas lleva a que el alumnado comprenda los conceptos matemáticos, conozca la descripción, explicación y justificación de las técnicas que emplea, así como su fundamentación (Búa, Blanco y Portugal, 2016). Desde la segunda vertiente, se consideran las matemáticas como un saber encaminado a su aplicación para resolver problemas contextualizados, preferentemente relacionados con la realidad del alumnado. Este tipo de problemas crean un entorno de enseñanza que favorece el aprendizaje interdisciplinar y colaborativo. Por lo tanto, las propuestas STEAM constituyen un contexto adecuado para llevar a cabo dicho aprendizaje, integrándolo con otras disciplinas (Alsina y Salgado, 2018; Bonotto, 2010).

Son muchas las propuestas STEAM en las que el aprendizaje de las matemáticas se realiza atendiendo a la vertiente de la aplicación práctica, del conocimiento aplicado, sin existir ninguna reflexión acerca de la propia disciplina. Por ejemplo, es frecuente encontrar propuestas centradas en la programación, principalmente en infantil y primaria, que favorecen notablemente los procesos de argumento matemático y las habilidades de resolución de problemas (Clements y Sarama, 2002; Shute, Sun y Asbell-Clarke, 2017). Sin embargo, resulta complicado encontrar propuestas STEAM centradas en las matemáticas desde la vertiente del saber en sí mismo, donde se cuestione y analice la verdadera comprensión de los conceptos matemáticos implicados. De esta forma se está descuidando una parte fundamental del aprendizaje de esta disciplina (Simarro y Couso, 2018).

Metodología

La investigación llevada a cabo es de carácter exploratorio al centrar la búsqueda de artículos con propuestas STEAM en una sola base de datos y obtener así una primera aproximación de las características de esas propuestas. Es una investigación cuantitativa, recopilando y analizando los datos de forma estructurada para proporcionar resultados basados en datos numéricos. La búsqueda se ha centrado principalmente en Dialnet, la mayor base de datos de artículos científicos hispanos, accesible de modo gratuito en Internet. Se han utilizado los siguientes descriptores para simplificar la búsqueda: ‘educación STEAM’, ‘educación STEM’, ‘proyectos STEAM’, ‘proyectos STEM’ y ‘CTIM’ (acrónimo de ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas). No se aplicó ningún otro filtro, obteniéndose como resultado un total de 328 artículos. De esos, sólo 23 hacen alusión a proyectos o actividades, el resto abordan las STEAM desde una perspectiva teórica. La muestra se amplía con las referencias bibliográficas a las que llevan los artículos encontrados, obteniéndose una muestra final conformada por un total de 47 artículos.

El instrumento de análisis de datos se ha elaborado teniendo en cuenta los siguientes indicadores: (i1) Año de publicación del artículo; (i2) Número de autores; (i3) Disciplinas de los autores; (i4) Nivel y curso al que se dirige la propuesta; (i5) Disciplinas STEAM que incorpora la propuesta; (i6) Disciplinas STEAM que aparecen explícitamente recogidas en el documento; (i7) Contenidos matemáticos que se trabajan; (i8) Especificación de contenidos matemáticos en cada propuesta; y (i9) Las matemáticas como objetivo a trabajar de la propuesta.

Para recoger todos los datos anteriores se ha construido una tabla con los distintos indicadores que se aplicaron a cada artículo analizado. En ella, se incluye un título y un pequeño resumen de cada propuesta. Se incorpora, además, un apartado de observaciones en el que se recoge otro tipo de información que puede ser de interés, como dificultades observadas en la puesta en práctica y motivación de los alumnos hacia estas propuestas.

Resultados y discusión

Los resultados y su discusión se presentan en apartados atendiendo a la agrupación de varios de los indicadores del instrumento de análisis. El primero se centra en el año de publicación (i1); el segundo agrupa el número de autores y sus disciplinas (i2 e i3); el tercero marca el nivel educativo al que se dirigen (i4); el cuarto muestra los resultados relacionados con las disciplinas trabajadas en las propuestas (i5 e i6); y el quinto, agrupa los contenidos matemáticos y la forma en la que estos son tratados (i7, i8 e i9).

Año de publicación

El 93,6% de los artículos fueron publicados en el periodo 2017—2019, a partir de ahí solo se publicaron tres más (Araya Schulz, 2016; Martín, Martínez, Fernández y Bravo, 2016; Vollstedt, Robinson y Wang, 2007). Cabe destacar el artículo de Vollstedt et. al. (2007) con nueve años de diferencia entre este y los siguientes menos recientes, y por ser una propuesta STEAM llevada a cabo en los EEUU, lugar en el que surge esta tendencia. A pesar del auge que está teniendo la Educación STEAM (García Cartagena et. al, 2017) a nivel internacional, en esta base de datos los resultados muestran una baja progresiva en el número de publicaciones desde el 2017 hasta el 2019.

Número de autores y disciplinas de cada uno

Este dato aporta información acerca de si el profesorado trabaja solo en el ámbito STEAM. Los resultados obtenidos muestran que el 79% de los artículos están escritos por más de una persona y solo el 21% es de autoría única. Además, son pocos los artículos que proporcionan información sobre el conocimiento específico de los autores de los artículos con coautoría. Únicamente en ocho artículos de los que han sido escritos por varios autores aparece recogida la disciplina a la que pertenecen. De estos, cinco están escritos por autores de la misma disciplina (Alsina y Acosta Inchaustegui, 2018; Alsina y Salgado, 2018; Fernández, Zúñiga, Rosas y Guerrero, 2018; Guitart y Lope, 2019; Pérez Buj y Diago Nebot, 2018), y tres por autores de diferentes disciplinas (Romar Roel y De Toro Cacharrón, 2017; García Cartagena et. al, 2017; Vizcaíno y Blanco, 2017). En algunos artículos, como en Borromeo Ferri (2019) se menciona explícitamente

que se cuenta con colaboración de profesionales de distintas disciplinas (física, ingeniería, matemáticas y arte) para el diseño de la propuesta, sin embargo, los coautores son de la misma.

Dado lo anterior, no se puede concluir ningún resultado, aunque parece que la tendencia a trabajar de forma interdisciplinar por parte de los autores no es muy elevada, a pesar de la coautoría de los artículos y a pesar de que la propuesta que presentan sí lo sea. Siguiendo a Schultz (2016), resultaría imposible una verdadera integración si la coautoría de los artículos con propuestas STEAM es unidisciplinar.

Nivel educativo al que se destinan las propuestas

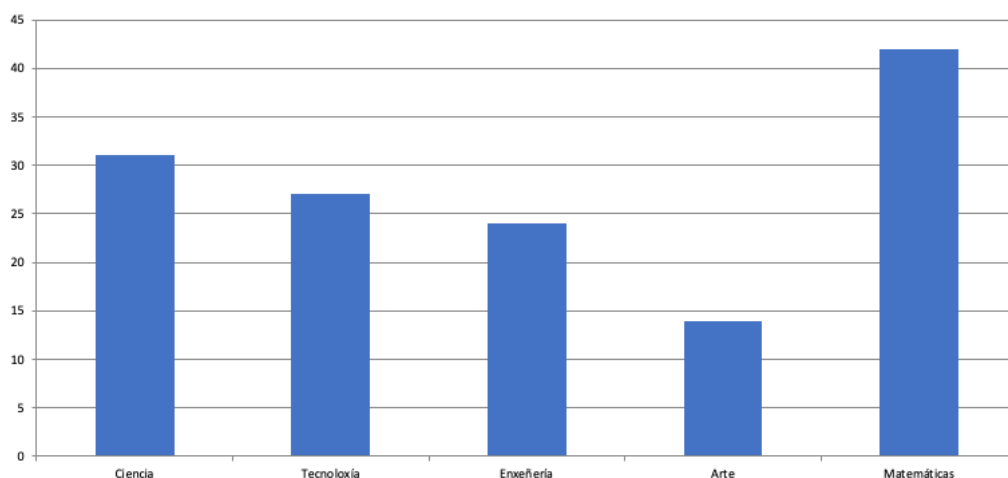
Se observa que más de la mitad de las propuestas, un 57%, están destinadas a Educación Secundaria y dentro de esta, a la Educación Secundaria Obligatoria. Tan solo 3 (Ocaña Rebollo, Romero Albadalejo y Gil Cuadra, 2017; Gazzola Otero, Llanos y Arlego, 2018; Blanco, García-Piqueras, Diego-Mantecón y Ortiz-Laso, 2019) de 28 están orientadas a Bachillerato. De los restantes niveles, Educación Primaria es el siguiente con mayor presencia, destinándose a ella un 25% de las propuestas. Después, Educación Infantil con un 12% y por último la Educación Superior con un 6%.

Si bien los resultados indican que la mayor parte de las propuestas se dirigen a la Educación Secundaria (Heil, Pearson y Burger, 2013), el nivel educativo de Enseñanza Primaria sería un contexto idóneo para trabajar con propuestas STEAM, ya que la estructura en la enseñanza primaria, donde es el mismo maestro el que imparte la mayoría de las materias, facilitaría enormemente trabajar de modo interdisciplinar. Se reducirían así algunas de las dificultades del trabajo con propuestas STEAM, al no exigir coordinación entre el profesorado (Domènech Casal, Lope y Mora, 2019). Además, según Keeley (2009), incorporar estas propuestas ya en primaria puede contribuir positivamente a aumentar el interés por la ciencia y las matemáticas, uno de los objetivos que persigue la educación STEAM (Escalona et. al, 2018).

Disciplinas presentes

La mayor parte de las propuestas, el 78,72%, integran dos o tres disciplinas. Solo en la propuesta de Ruiz, Zapatera, Montes y Rosillo (2019) se trabajan las cinco disciplinas que forman el acrónimo STEAM; y únicamente en nueve de las propuestas se trabajan cuatro disciplinas, de las cuales seis integran las cuatro disciplinas STEM (Vollstedt et.al, 2007; Domènech Casal y Ruiz España, 2017; Benjumbeda y Romero, 2017; Fernández et. al, 2018; García Cartagena et. al, 2017; Ocaña Rebollo et. al, 2017). Los resultados muestran (Gráfico 1) que la disciplina que tiene más presencia son las Matemáticas, con un 89,4%, seguida de las Ciencias con un 65,9%. La Tecnología y la Ingeniería tienen unos porcentajes próximos, 57,4% y 51,1%, respectivamente. A pesar de que Sousa y Pilecki (2013) y Resnick y Rosenbaum (2013) afirman que las artes desarrollan destrezas que influyen positivamente en la creatividad, en la resolución de problemas, en el pensamiento crítico, en la comunicación, en la autonomía, en la iniciativa y en la colaboración y cooperación, la presencia del Arte en un 29,8% muestra que la integración de esta disciplina en las actividades STEAM es todavía relativamente baja.

Gráfico 1: Número de propuestas en las que se trabaja cada disciplina



Otro de los datos recogidos tiene que ver con los contenidos específicos que se trabajan de cada disciplina. En la mayoría de las propuestas en las que se trabajan las Ciencias el contenido se centra en el método científico. El eje central en la Tecnología gira en torno a la robótica, sobre todo en las etapas de Infantil y Primaria. Según Cavas et al., (2012) y Hu y Garimella (2015) cada vez son más las experiencias que muestran los efectos positivos del uso de la robótica en los niveles educativos básicos, al aumentar el interés

del alumnado en la ciencia y en la tecnología, fomentar la creatividad, desarrollar una mayor confianza en el uso de la robótica y favorecer la alfabetización tecnológica desde las primeras edades.

Conocimientos matemáticos

Los resultados se muestran por niveles educativos por considerar que hay diferencias significativas entre los conocimientos que debe adquirir el alumnado de cada uno de ellos. En muchas de las propuestas, 45%, no se citan explícitamente los conocimientos matemáticos que en ellas se trabajan. A pesar de lo anterior, deducir estos contenidos es sencillo cuando las propuestas se explican detalladamente, en otros casos resulta complejo, pues la información proporcionada es escasa. En general, la mayoría de las propuestas favorecen la adquisición de ciertos conocimientos y habilidades generales y básicos en las matemáticas. Un ejemplo de ello es el pensamiento lógico-matemático, la exposición de resultados usando un lenguaje adecuado o la resolución de problemas (Branco Otero, 2019; Soto Hidalgo y Martínez Rojas, 2019; Iglesias Albarrán, 2017; Martín et. al, 2016). En los niveles educativos de Educación Infantil, Primaria y Superior el pensamiento lógico-matemático, la resolución de problemas, contenidos geométricos y el tratamiento de datos y realización de gráficos son puntos comunes. En Educación Secundaria, se recogen contenidos más concretos que se destacan a continuación:

- Modelaje de problemas en contexto reales (Gazzola et. al, 2018; García et. al, 2017; Moreno Ferrari, 2017; Araya Schulz, 2016). Es un aspecto que se adapta perfectamente a la metodología STEAM.
- Uso de medios tecnológicos para facilitar el aprendizaje, destacando el uso del Geogebra y de las hojas de cálculo (Gazzola et. al, 2018; Iglesias Albarrán, 2018; Moreno Ferrari, 2017).
- Las funciones y el trabajo con la exponencial (Gazzola et. al, 2018; Benjumeda y Romero, 2017).
- Aspectos geométricos en los que se destaca las figuras planas, la visión espacial, las escalas (Benjumeda y Romero, 2017; Domènech Casal y Ruiz España, 2017), el plano (Benjumeda y Romero, 2017), los teoremas de Tales y Pitágoras (Iglesias Albarrán, 2017; Moreno Ferrari, 2017) y los fractales (Moreno Ferrari, 2017).
- Tratamiento de datos y realización de gráficos (Alsina y Acosta Inchaustegui, 2018).
- La estadística aparece explícitamente en una de las propuestas en las que se trabaja con medidas de centralización.

- Probabilidad y combinatoria.
- Grafos.
- Progresiones geométricas (Moreno Ferrari, 2017), proporcionalidad (Domènech Casal y Ruiz España, 2017), fracciones y cambios de unidades (Domènech Casal y Ruiz España, 2017).
- Presencia de las matemáticas en la vida real y su relación con otras ciencias (Araya Schulz, 2016; Benjumeda e Romero, 2017; Romar Roel y de Toro Cacharrón, 2017; Soto Hidalgo y Martínez Rojas, 2019).

Otro de los objetivos del trabajo es obtener información sobre si el aprendizaje de las matemáticas está entre la finalidad de la propuesta como saber en sí mismo o si su finalidad es la aplicación práctica para la resolución de problemas. El resultado muestra que el 64,3% de las propuestas que trabajan las matemáticas recogen explícitamente que el desarrollo de conocimientos matemáticos es uno de sus fines, y aparecen en un 35,7% como herramienta. Sin embargo, un análisis más profundo conduce a que no existe en muchas de estas propuestas STEAM una verdadera comprensión de los conceptos tratados ni se repara en el porqué de determinados procedimientos, coincidiendo con los resultados obtenidos por Simarro y Couso (2018).

Conclusiones

Este estudio sobre la bibliografía relacionada con propuestas STEAM, con la mirada puesta en las matemáticas, nos muestra que esta disciplina está presente en el 89,4% de dichas propuestas y que la mayoría de ellas están dirigidas al alumnado de Educación Secundaria. En el análisis de los contenidos matemáticos que principalmente se trabajan en estas propuestas STEAM se destaca el pensamiento lógico-matemático y la resolución de problemas, sobre todo en las etapas de Educación Infantil y Primaria. En la Educación Secundaria los contenidos son muy variados, tocando todas las áreas de esta disciplina y haciendo hincapié en la modelización y el uso de la Tecnología.

Se observa que en la mitad de las propuestas STEAM centradas en las matemáticas, la adquisición de conceptos y procedimientos matemáticos se encuentran entre la finalidad de la propuesta. Sin embargo, si no se analizan en profundidad las propuestas y si estas no se detallan con precisión, ese dato no es del todo real. Así pues, si las STEAM constituyen un buen método para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es necesario enfocarlas de modo que exijan una cierta comprensión de los contenidos matemáticos implicados, y no solo como herramienta hacia las otras disciplinas.

A nivel general, los resultados muestran las limitaciones del estudio al realizar la búsqueda bibliográfica en una única base de datos. También se observan limitaciones a la hora de analizar la interdisciplinariedad real de las propuestas STEAM al no describir con detalle su desarrollo y evaluación en los artículos (solo nueve detallan el proceso de realización de la actividad). A pesar de ello, parece que la integración no es muy frecuente por el momento, ya que lo habitual es que el profesorado trabaje de manera disciplinar.

Por último, se considera como objetivo futuro hacer la revisión en otras bases de datos para completar el estudio y poder avanzar hacia una verdadera integración interdisciplinar de contenidos, proporcionando a los profesores propuestas STEAM que les sirvan de guía.

Referencias bibliográficas

- Alsina, Á. y Acosta Inchaustegui, Y. (2018). Iniciación al álgebra en Educación Infantil a través del pensamiento computacional: una experiencia sobre patrones con robots educativos programables. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, 52, 218-235.
- Alsina, Á. y Salgado, M. (2018). Land Art Math: una actividad STEAM para fomentar la competencia matemática en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 7 (1), 1-11.
- Araya Schulz, R. (2016). STEM y modelamiento matemático. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 15, 291-317.
- Artigue, M. y Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM*, 45 (6), 797-810.
- Atkinson, R. D. y Mayo, M. J. (2010). *Refuelling the US innovation economy: Fresh approaches to science, technology, engineering and mathematics (STEM) education*. The Information Technology & Innovation Foundation, Forthcoming. Recuperado de <https://itif.org/publications/2010/12/07/refueling-us-innovation-economy-fresh-approaches-stem-education>.
- Benjumeda, F. J. y Romero, I. M. (2017). Ciudad Sostenible: un proyecto para integrar las materias científico-tecnológicas en Secundaria. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 14 (3), 621-637.
- Blanco, M. T. F., García-Piqueras, M., Diego-Mantecón, J. M. y Ortiz-Laso, Z. (2019). Modelización matemática de la evolución de dos reactivos químicos. *Épsilon: Revista de Educación Matemática*, 101, 147-155.
- Bonotto C. (2010). Realistic Mathematical Modeling and Problem Posing. En R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines e A. Hurford (Eds), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 399-408). Estados Unidos: Springer.
- Borromeo Ferri, R. (2019). *Educación Matemática Interdisciplinaria en la escuela-ejemplos y experiencias*. UCMAule, (57), 25-37.
- Branco Otero, R. M. (2019). EmBarouta-T: nó sostible. *Eduga: Revista Galega do Ensino*. (77). Recuperado de <http://www.edu.xunta.gal/eduga/1774/experiencias/embarouta-t-no-sostible>.
- Búa, J. B., Blanco, T. F. y Portugal, M. J. S. (2016). Competencia matemática de los alumnos en el contexto de una modelización: Aceite y agua.

- RELIME: *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 19 (2), 135-163.
- Cavas, B.; Kesercioglu, T.; Holbrook, J.; Rannikmae, M.; Ozdogru, E. y Gokler, F. (2012). The effects of robotics club on the students' performance on science process & scientific creativity skills and perceptions on robots, human and society. En *3rd International Workshop Teaching Robotics, Teaching with Robotics Integrating Robotics in School Curriculum* (pp. 40-50). Padova: Michele Moro y Dimitris Alimisis.
- Chen, X. (2009). Students Who Study Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) in Postsecondary Education. Stats in Brief. *National Center for Education Statistics*.
- Clements, D. H. y Samara, J. (2002). The Role of Technology in Early Childhood Learning. *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 340-343.
- Couso D. (2017). Perquè estem a STEM? Definint l'alfabetització STEM per a tothom i amb valors. *Ciències: revista del professorat de ciències de Primària i Secundària*, 34, 22-30.
- Domènech Casal, J. (2019a). STEM: Oportunidades y retos desde la Enseñanza de las Ciencias. *UTE: Revista de Ciències de l'Educació*, Monographic 2019, 155-168.
- Domènech Casal, J. (2019b). Contexto y modelo en el aprendizaje basado en proyectos: apuntes para el ámbito científico. *Alambique: Didáctica de las ciencias experimentales*, (98), 71-76.
- Domènech Casal, J., Lope, S. y Mora, L. (2019). Qué proyectos STEM diseña y qué dificultades expresa el profesorado de secundaria sobre Aprendizaje Basado en Proyectos. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 16 (2), 220301-220316.
- Domènech Casal, J. y Ruiz España, N. (2017). Mission to stars: un proyecto de investigación alrededor de la astronomía, las misiones espaciales y la investigación científica. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 14 (1), 98-114.
- English, L. D. (2015). STEM: Challenges and opportunities for mathematics education. En K. Beswick, T. Muir e J. Wells (Eds.), *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 4-18). PME.
- English, L., Lesh, R. y Fennewald, T (2008). Methodologies for Investigating Relationships between Concept Development and the Development of Problem-Solving Abilities. En M. Santos e Y. Shimizu (Eds.). En *11th International Congress on Mathematical Education*.
- Escalona, T. Z., Cartagena, Y. G. y González, D. R. (2018). Educación para el sujeto del siglo XXI: principales características del enfoque STEAM desde la mirada educacional. *Contextos: Estudios de Humanidades y Ciencias Sociales*, (41). Recuperado de <http://revistas.umce.cl/index.php/contextos/article/view/1395>.
- Fernández, J. M., Zúñiga, M. E., Rosas, M. V. y Guerrero, R. A. (2018). Experiences in Learning Problem-Solving through Computational Thinking. *Journal of Computer Science & Technology*, 18(2), 136-142.
- García Cartagena, Y., Reyes González, D. y Burgos Oviedo, F. (2017). Actividades STEM en la formación inicial de profesores: nuevos enfoques didácticos para los desafíos del siglo XXI. *Diálogos educativos*, 18 (33), 37-48.
- Gazzola, M. P., Otero, M. R., Llanos, V. C. y Arlego, M. (2018). Introducing STEM pedagogy in secondary school by means of Study and Research Path (SRP). *Latin-American Journal of Physics Education*, 12 (4), 4302.
- Gorgal, A., Blanco, T. F., Salgado, M. y Diego-Mantecón, J.M. (2017). Iniciación a actividades STEAM desde la Educación Primaria. In *VIII Congreso Internacional Universidad integrada e innovadora*, (pp. 132-141). Varadero (Matanzas, Cuba).
- Guitart, F. y Lope, S. (2019). Y tú, ¿te proteges del sol? Un proyecto STEM con mirada científica. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 16 (3), 3202.
- Heil, D. R., Pearson, G. y Burger, S. E. (2013). Understanding integrated STEM education: Report on a national study. *120th ASEE Annual Conference & Exposition*. Atlanta.
- Hu, H. y Garimella, U. (2015). Beginner Robotics for STEM: Positive Effects on Middle School Teachers. En D. Rutledge e D. Slykhuis (Eds.), *Proceedings of SITE 2015-Society for Information Technology & Teacher Education International Conference* (pp. 3227-3234). Estados Unidos: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE).
- Iglesias Albarrán, L. M. (2017). Demostraciones del Teorema de Pitágoras con goma EVA. STEAM en el aula de Matemáticas. *Épsilon: Revista de Educación Matemática*, (97), 57-64.
- Keeley, P. (2009). Elementary science education in the K-12 system. *Science and Children*, 46 (9), 8-9.
- Lapertosa, S., Burgos, A., Firman, A., Burghardt, M. y Romero, G. R. (2017). Una aproximación para despertar vocaciones STEM en el nivel medio. En *XII Congreso de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología* (TE&ET, La Matanza 2017).

- Lesh, R. y Doerr, H. M. (2003). Foundations of a Models and Modeling Perspective on Mathematics Teaching, Learning, and Problem Solving. En R. Lesh e H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism. Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem*, 3-33.
- Martín, J. L., Martínez, P., Fernández, G. M. y Bravo, C. (2016). Analizando el desarrollo de las habilidades STEM a través de un proyecto ABP con arduino y su relación con el rendimiento académico. *Reposital*. Recuperado de <http://hdl.handle.net/20.500.12579/4830>.
- Moore, T. J. y Smith, K. A. (2014). Advancing the State of the Art of STEM Integration. *Journal of STEM Education: Innovations and Research*, 15 (1), 5-10.
- Moreno Ferrari, P. C. (2017). Un Sierpinski en la fachada. *Epsilon: Revista de Educación Matemática*, (96), 45-60.
- National Research Council (2012): *A Framework for K-12 Science Education: Practices, Crosscutting Concepts, and Core Ideas*. Washington: The National Academies Press.
- Ocaña Rebollo, G., Romero Albaladejo, I. M. e Gil Cuadra, F. (2017). Educación STEM para integrar conocimientos científicos en la asignatura “tecnología industrial” de bachillerato. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, volumen extraordinario septiembre 2017, 5327-5336.
- Pérez Buj, G. y Diago Nebot, P. D. (2018). Estudio exploratorio sobre lenguajes simbólicos de programación en tareas de resolución de problemas con Bee-bot. *Magister: Revista de Formación del Profesorado e Innovación Educativa*, 30 (1 y 2), 9-20.
- Resnick, M. y Rosenbaum, E. (2013). Designing for tinkability. En M. Honey, e D.E. Kanter (Eds.), *Design, make, play: Growing the next generation of STEM innovators*, (pp. 163-181). London: Routledge.
- Romar Roel, R. y de Toro Cacharrón, X. R. (2017). Paisaxe vivida. 3D Galician Landscapes. *Eduga: Revista Galega do Ensino*. (74). Recuperado de <http://www.edu.xunta.gal/eduga/1449/experiencias/paisaxe-vivida-3d-galician-landscapes>
- Ruiz, F., Zapatera, A., Montes, N. y Rosillo, N. (2019). Proyectos STEAM con LEGO Mindstorms para educación primaria en España. En *INNODOCT/18. International Conference on Innovation, Documentation and Education* (pp. 711-720). Editorial Universitat Politècnica de València.
- Shute, V. J., Sun, C. e Asbell-Clarke, J. (2017). Demystifying computational thinking. *Educational Research Review*, 22, 142-158.
- Soto Hidalgo, J. M. y Martínez Rojas, M. (2019). Aplicando STEAM e un ambiente de Ciudades Inteligentes con Internet de las Cosas como Metodología de Aprendizaje Basada en Proyectos. *Revista de Innovación y Buenas Prácticas Docentes*, 8 (2), 68-77.
- Sousa, D. A. y Pilecki, T. (2013). *From STEM to STEAM: Using brain-compatible strategies to integrate the arts*. Estados Unidos: Corwin Press.
- Schultz, R. A. (2016). STEM y modelamiento matemático. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 291-317.
- Simarro, C. y Couso, D. (2018). Visiones en educación STEAM: y las mates, ¿qué? *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, (81), 49-56.
- Vizcaíno, S. M. y Blanco, M. T. F. (2017). Aprender Matemáticas en Educación Secundaria creando un rosetón. En *ENCIGA (Ed.), Actas do XXX Congreso ENCIGA* (pp. 107-108). Galicia, España.
- Vollstedt, A. M., Robinson, M. e Wang, E. (2007). Using robotics to enhance science, technology, engineering, and mathematics curricula. En *Proceedings of the 2007 American Society for Engineering Education Pacific Southwest annual conference*. Honolulu: Hawaii.

CINCO PRÁCTICAS PRODUCTIVAS PARA UNA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LOS PROCESOS

Ángel Alsina
Universitat de Girona

Resumen:

Se describen cinco prácticas productivas para promover la enseñanza de las matemáticas a través de los procesos, es decir, una enseñanza basada en pensar y hacer. Asumiendo que una ‘práctica productiva’ en educación matemática es una acción o destreza educativa útil y provechosa para promover el aprendizaje de las matemáticas con sentido en todos los niveles, se consideran cinco prácticas asociadas a las herramientas que nos proporcionan las matemáticas para lograr este propósito: pensar, argumentar, comunicar, conectar y representar. Se concluye que estas prácticas productivas son una oportunidad y un desafío para transformar las prácticas centradas en los contenidos, basadas en memorizar definiciones y procedimientos. Palabras clave: enseñanza de las matemáticas, prácticas matemáticas, prácticas productivas, transformación de la enseñanza, procesos matemáticos.

Palabras clave:

Enseñanza de las matemáticas. Prácticas matemáticas. Prácticas productivas. Transformación de la enseñanza. Procesos matemáticos.

Abstract:

Five productive practices are described to promote process-based mathematics teaching; i.e. teaching based on thinking and doing. Assuming that “productive practices” in mathematics education are educational actions or skills that are useful for promoting meaningful mathematics learning at all levels, we consider five practices associated with the real tools that mathematics offers us to achieve this goal: thinking, arguing, communicating, connecting and representing. We conclude that these productive practices present challenges and opportunities for transforming content-based practice focused on memorising definitions and procedures.

Keywords:

Mathematics teaching. Mathematical practices. Productive practices. Transformation of teaching. Mathematical processes.

Introducción

Si se asume que actualmente las matemáticas escolares implican *pensar y hacer*, más que *memorizar definiciones y procedimientos*, entonces debería asumirse también que estamos ante un cambio de paradigma substancial en la forma de concebir las matemáticas y, en consecuencia, en la forma de enseñarlas. La visión de las matemáticas escolares focalizada exclusivamente en los contenidos ha quedado atrás.

Siguiendo las directrices de organismos internacionales que velan por la mejora de la educación en general como la OCDE (2004), junto con los datos de la investigación en educación matemática que han sido recogidos por asociaciones de reconocido prestigio como el NCTM (2000, 2014), muchos países han ido reformando paulatinamente sus currículos para incorporar otros conocimientos matemáticos de gran relevancia que incidan en las verdaderas formas de pensar y hacer de las matemáticas. En este marco de reforma curricular, se pretende avanzar hacia una enseñanza de los contenidos que promueva su comprensión y uso eficaz a través de los procesos matemáticos (NCTM, 2000, Niss, 2002; OCDE, 2004). Algunos de los ejemplos más claros de este cambio de paradigma en los currículos de matemáticas son, entre otros, los Estándares Comunes para las Matemáticas de Estados Unidos o el currículo de matemáticas de Singapur.

En Estados Unidos, la mayoría de sus estados han adoptado los Estándares Comunes para las Matemáticas como base para los nuevos planes de estudio de matemáticas (CCSSI, 2010). Estos estándares comunes se estructuran en estándares para la práctica matemática y estándares para el contenido matemático. En concreto, se describen ocho prácticas matemáticas para todas las etapas (ver figura 1):

Estas ocho prácticas han sido adaptadas de los cinco estándares de proceso del NCTM (2000) y de los cinco aspectos de competencia descritos en el informe "Adding It Up", del National Research Council de Estados Unidos (NRC, 2001).

En relación a Singapur, el planteamiento de la enseñanza de las matemáticas que se ha adoptado en el Ministerio de Educación (Ministry of Education Singapore, 2012), -y que diversas editoriales han rebautizado con el nombre de 'Método Singapur'- se observa que el foco se

centra en la resolución de problemas y que los procesos y las habilidades son ejes imprescindibles para aprender los conceptos (ver figura 2).

En este currículum, inspirado en las aportaciones de autores del ámbito de la psicología educativa como Bruner, Skemp o Vigotsky y de la educación matemática como Dienes, los procesos se conciben como las habilidades involucradas en la adquisición y la aplicación del conocimiento matemático. Incluyen el razonamiento, la comunicación, las conexiones, las aplicaciones y modelización y las habilidades de pensamiento y heurísticos.

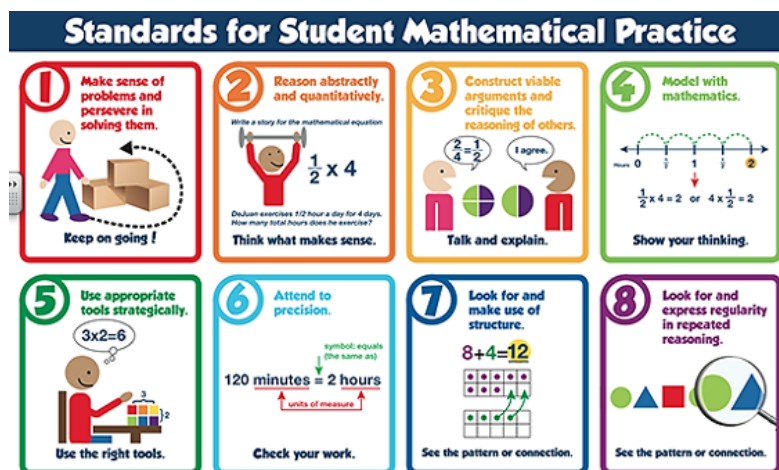


Figura 1. Estándares para las prácticas matemáticas (CCSSI, 2010)

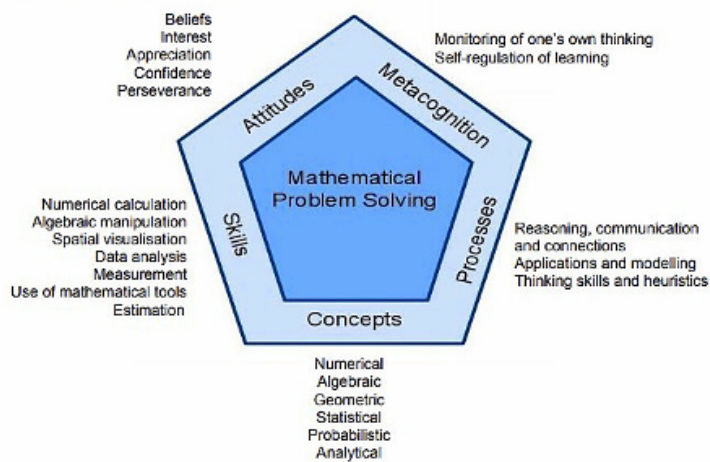


Figura 2. Bases de la enseñanza de las matemáticas en Singapur (Ministry of Education Singapore, 2012).

Asumiendo estas ideas, el propósito de este artículo es describir cinco prácticas productivas adaptadas al contexto educativo hispanoamericano que promuevan una enseñanza de las matemáticas a través de los procesos, dada su relevancia para el desarrollo de la competencia matemática. Por 'práctica productiva' en educación matemática se entiende una acción o destreza educativa útil y provechosa para promover el aprendizaje de las matemáticas con sentido en todos los niveles escolares.

Práctica productiva 1. Promover la resolución de situaciones problemáticas que impliquen pensar

Tradicionalmente, la resolución de problemas en la clase de matemáticas se ha concebido sobre todo como una práctica para ejercitar contenidos previamente explicados. Todos nosotros, en alguna ocasión, nos hemos encontrado ante un listado de problemas para practicar una determinada operación aritmética, la proporcionalidad directa o ecuaciones de primer grado, por poner algunos ejemplos. Pero, ¿dónde está el problema en este tipo de prácticas?, ¿qué tienen que pensar los alumnos para resolver este tipo de situaciones? Actualmente ya no hay discusión acerca de que la principal finalidad de estas prácticas era que los alumnos ejercitasen un determinado contenido y que la principal dificultad con la que se podían encontrar era no conocer un determinado algoritmo o equivocarse en el cálculo. Sin quitarles mérito a estas prácticas focalizadas en aplicar procedimientos previamente explicados en clase, aquí nos interesa enfatizar otro tipo de situaciones problemáticas en un sentido mucho más amplio, pero con un eje común: que impliquen pensar.

Uno de los primeros autores que consiguió introducir esta visión de la resolución de problemas en la escuela fue Pólya (1945), quien estableció cuatro pasos para resolver problemas: entender el problema; configurar un plan; ejecutar el plan; y, finalmente, examinar la solución obtenida. Schoenfeld (1994) consideró

insuficientes las estrategias planteadas por Pólya y señaló que el proceso es más complejo e involucra también elementos de carácter emocional-afectivo, psicológico y sociocultural. Desde este prisma, estableció cuatro aspectos que intervienen en la resolución de problemas: los recursos cognitivos, referidos a los conocimientos previos; los heurísticos, referidos a las estrategias o reglas para progresar en situaciones complejas; el control, referido al conjunto de estrategias metacognitivas, es decir, lo que permite un uso eficiente de los recursos disponibles; y el sistema de creencias, referido a las concepciones acerca de la matemática y su enseñanza. Para Schoenfeld, cada uno de estos componentes explica las carencias y, por lo tanto, el poco éxito en la resolución de problemas de los alumnos. Este mismo autor aclara, unos años después, que para que un alumno sea hábil para resolver problemas debe mostrar confianza en la resolución; persistencia al encontrarse con un problema difícil; saber qué tiene que hacer cuando se le presenta un problema desconocido y cambiar de estrategia si no funciona; y tener una lista de estrategias a las que recurrir al resolver problemas (Schoenfeld, 2007).

Diversos organismos y autores han aportado orientaciones para ayudar al profesorado a conseguir que los alumnos tengan habilidades y estrategias para resolver problemas. El NCTM (2000), por ejemplo, destaca que el profesorado debe cultivar y desarrollar una disposición matemática para proponer problemas, es decir, generar nuevas preguntas en una variedad de contextos, aspecto que se desarrollará en la segunda práctica. Coronata (2014), Alsina y Coronata (2014), Maurandi, Alsina y Coronata (2018) y Alsina, Maurandi, Ferré y Coronata (2020) han trabajado durante varios años en la construcción y posterior validación de un instrumento, denominado ETMAP por las siglas en inglés (*Evaluating the Teaching of Mathematics through Processes*), con una doble intención: para orientar al profesorado sobre qué aspectos se deben considerar en el aula para llevar a cabo una enseñanza de las matemáticas a través de los procesos; y para analizar la presencia de estos procesos en sus prácticas de enseñanza. Este instrumento aporta 7 indicadores para cada proceso, y los indicadores correspondientes a la resolución de problemas son los siguientes (Tabla 1)

Como puede apreciarse, los indicadores de la tabla 1 se focalizan en usar distintos apoyos para plantear problemas (materiales concretos, etc.); contextualizar los problemas siempre que sea posible

Tabla 1. Indicadores de resolución de problemas (Alsina et al., 2020)

| | |
|-----|---|
| I.1 | <i>Raises problematic situations using different types of support (oral, concrete, pictorial).</i> |
| I.2 | <i>Contextualizes the problematic situations within the daily life of the students.</i> |
| I.3 | <i>Proposes various types of problem situations.</i> |
| I.4 | <i>Asks questions that generate research and exploration to solve the problem.</i> |
| I.5 | <i>Allows children to use concrete and/or pictorial material with oral support for problem solving.</i> |
| I.6 | <i>Keeps children engaged in the problem solving process.</i> |
| I.7 | <i>Promotes discussion around problem solving strategies and outcomes.</i> |

a la vida cotidiana; plantear problemas de distintos tipos; plantear buenas preguntas que promuevan las habilidades de pensamiento y los métodos de investigación; permitir que los alumnos usen el apoyo que consideren más adecuado para resolver un problema; mantener el interés por la resolución de problemas; y, finalmente, promover el diálogo en el aula para que los alumnos compartan los procesos de resolución y valoren cual o cuales son las estrategias y técnicas más efectivas.

Práctica productiva 2. Plantear preguntas efectivas en la clase de matemáticas que impliquen argumentar

Una de las características esenciales de las prácticas de enseñanza de las matemáticas centradas en el contenido consiste en explicar técnicas y procedimientos con el propósito de que los alumnos resuelvan ejercicios siguiendo unos pasos previamente descritos: por ejemplo, se explica cómo resolver una

multiplicación a partir de un algoritmo clásico o cómo se despeja una incógnita/variable en una ecuación lineal/de primer grado cambiando el signo de los números y los operadores al pasar de un lado a otro del igual. En estas prácticas se prioriza la mecanización, pero a menudo hay muy poco espacio para profundizar en el motivo de lo que se hace y por qué se hace y, más en general, en el pensamiento crítico. De acuerdo con Alsina y Planas (2008, p. 17), el pensamiento crítico “requiere que quien quiere resolver un problema haya contribuido de algún modo a identificarlo”, es decir, no se trata tanto de decir a los alumnos lo que tienen que hacer, sino de ofrecerles la oportunidad de que se puedan preguntar *qué está pasando, por qué está pasando, qué implicaciones tiene este hecho y con qué otros hechos se relaciona* para que, progresivamente, sean capaces de hablar, escuchar, leer y escribir críticamente. En este marco de razonamiento y prueba, es imprescindible el planteamiento de preguntas efectivas para promover que los alumnos argumenten en las clases de matemáticas, puesto que es la base para la formación de ciudadanos críticos y reflexivos y para la construcción de sociedades democráticas (OECD, 2004; Cornejo-Morales y Goizueta, 2019).

En relación a la argumentación en matemáticas, de acuerdo con Cornejo-Morales, Goizueta y Alsina (2020), se asume que se trata de una actividad comunicativa y situada por medio de la que los alumnos aportan razones (para otros o para sí mismos) para justificar y convencer (o convencerse) sobre cierta posición o para cuestionarla reflexivamente. El elemento central de la argumentación son los argumentos, que son el producto de aspectos cognitivos, emocionales o de conductas imitativas, entre otros. Los argumentos se refieren tanto a las producciones orales y escritas de los alumnos para justificar o cuestionar, como a sus reconstrucciones lingüísticas *a posteriori*, mediante las que expresan sintéticamente el aspecto argumentativo de tales producciones. Desde este prisma, la argumentación es indispensable para promover discusiones productivas en la clase de matemáticas en las que emerjan ideas matemáticas importantes,

Tabla 2. Indicadores de razonamiento y prueba (Alsina et al., 2020)

| | |
|-----|--|
| 2.1 | Invites students to make conjectures. |
| 2.2 | Allows the students themselves to discover, analyse and propose different ways of resolution. |
| 2.3 | Asks students to explain, justify or argue the strategies or techniques they used during the resolution. |
| 2.4 | Asks students questions to develop their answers. |
| 2.5 | Encourages students to check out conjectures from everyday life. |
| 2.6 | Promotes support for mathematical reasoning. |
| 2.7 | Gives feedback with concrete material allowing divergent thinking. |

se muestren las contradicciones y se desarrolle y consolide lo ya comprendido (Smith y Stein, 2011). Este escenario de argumentación colectiva, en el que la argumentación intrapersonal e interpersonal se van alternando, permite analizar la naturaleza de la actividad dentro de las aulas de matemáticas, caracterizada por la resolución colaborativa de problemas y las discusiones de toda la clase.

Pero, ¿cómo provocar la argumentación en matemáticas? Alsina (2011) señala que una de las estrategias más eficaces es el planteamiento de buenas preguntas puesto que, como indica Mercer (2001), se erigen como uno de los instrumentos de mediación más idóneos al hacer avanzar desde unos primeros niveles de concienciación sobre lo que uno ya sabe o es capaz de hacer hacia niveles más superiores. Desde este prisma, Alsina describe algunas características de las buenas preguntas: preguntas abiertas que inviten a razonar o justificar, definir o relacionar el objeto de estudio con experiencias de los alumnos; preguntas que partan de las aportaciones de los alumnos para avanzar en el pensamiento colectivo a partir de las aportaciones individuales; y preguntas que provoquen conexiones con conocimientos aprendidos con anterioridad, como ¿qué relacionáis con...?; ¿cómo definirías...?; etc.

Más adelante, EduGAINS (2011) propuso ocho consejos para plantear preguntas efectivas en la clase de matemáticas: 1) Anticipar el pensamiento de los alumnos; 2) Vincular con los objetivos de aprendizaje; 3) Plantear preguntas abiertas; 4) Plantear preguntas que realmente necesitan ser contestadas; 5) Incorporar verbos que estimulan el pensamiento y la comprensión, como conectar, elaborar, evaluar y justificar; 6) Plantear preguntas que abren una conversación para incluir a todos (en el marco de una comunidad de aprendizaje); 7) Mantener las preguntas neutras (evitar calificativos como ‘fácil’ o ‘difícil’ ya que pueden condicionar las respuestas de los alumnos); 8) Proporcionar tiempo de espera (entre las preguntas y las respuestas de los alumnos). También el NCTM (2014) hace hincapié en la importancia de plantear preguntas,

que ellos denominan deliberadas, que deberían servir tanto para explorar el pensamiento de los alumnos como para provocar que expliquen y justifiquen sus ideas y acciones.

Desde una perspectiva más genérica, en el instrumento ETMAP se señalan 7 indicadores para promover y analizar la presencia de la argumentación en la clase de matemáticas (Tabla 2).

Como puede apreciarse en la tabla 2, algunas de las principales actuaciones del profesorado consisten en plantear interrogantes para que los alumnos hagan conjeturas y las comprueben, junto con ayudarles a descubrir, analizar, proponer, explicar, justificar y/o argumentar diversas vías de resolución de problemas y las respectivas soluciones, entregando la retroalimentación correspondiente y usando material concreto si es necesario.

Práctica productiva 3. Fomentar la comunicación en el aula de matemáticas en un ambiente que invite a interactuar, negociar y dialogar

La forma clásica de enseñar matemáticas se ha basado en la información, en sentido unidireccional: un profesor que ‘lo sabía todo’ transmitía el conocimiento ya elaborado a los alumnos, que ‘no sabían nada’. En el marco de la enseñanza de las matemáticas a través de los procesos, la información se ha substituido por la comunicación, en sentido bidireccional. De ese modo, en lugar de prácticas docentes en las que

un profesor (emisor) explica la lección y los alumnos escuchan (receptores pasivos), el profesor promueve la interacción, la negociación y el diálogo y los alumnos participan activamente, en un ambiente de andamiaje colectivo en el que se aprende nuevo conocimiento a través de la co-construcción y reconstrucción. Vemos, pues, que el papel del profesor sigue siendo esencial, pero no transmitiendo un conocimiento ya creado por otros con anterioridad, sino a través de una planificación y gestión de la enseñanza que permita que el conocimiento sea creado por el propio alumno, usando el lenguaje como principal herramienta.

En este sentido, la comunicación juega un papel muy importante en el desarrollo del pensamiento matemático y, por esta razón, está cada vez más presente en las políticas educativas y en los documentos curriculares (NCCA, 2014). Para Ginsburg (2009), hablar sobre el pensamiento matemático y participar en el razonamiento, la justificación y la argumentación es fundamental para la educación matemática de todos los alumnos.

Desde esta perspectiva, una “comunidad de conversación matemática” en la que todos los alumnos tengan la oportunidad de describir su pensamiento a través de procesos de interacción, negociación y diálogo, tiene el potencial de mejorar su lenguaje matemático. Por esta razón, en las últimas décadas ha aumentado mucho el interés por el análisis del discurso en el aula de matemáticas y sus repercusiones en el aprendizaje matemático de los alumnos, con el propósito de ayudarles no sólo a expresarse, sino a entenderse y a hacerse entender, ya que un alumno con bajas habilidades de comunicación no puede explicar su pensamiento, no tiene la habilidad para justificar con ejemplos y no aprecia la importancia de los comentarios de los demás (Scusa, 2008). En cambio, los alumnos con una buena comunicación matemática, cuestionan, critican y piden aclaraciones (Yeo y Zhu, 2005). En síntesis, pues, un alumno que tiene éxito en la comunicación matemática puede explicar su pensamiento clara y concisamente; busca

Tabla 3. Indicadores de comunicación (Alsina et al., 2020)

| | |
|-----|---|
| 3.1 | Places more emphasis on communication in the classroom than the delivery of unidirectional information. |
| 3.2 | Encourages interaction with others to learn and understand mathematical ideas. |
| 3.3 | Encourages the exchange of mathematical ideas through oral, gestural, graphic, concrete and/or symbolic language. |
| 3.4 | Asks the child to explain their strategies and responses with appropriate mathematical language |
| 3.5 | Encourages students to respect the way they think and express their points of view on mathematical knowledge. |
| 3.6 | Encourages attentive listening to the views of others. |
| 3.7 | Intervenes mostly through questions rather than explanations. |

aclaraciones; se da cuenta de que es necesario ser perseverante en matemáticas y hacer errores; y cuando a otros se les ocurren nuevas ideas, pide que se las expliquen o intentan averiguar porque tienen sentido. Haciendo alusión de nuevo al instrumento ETMAP, en él se presentan 7 indicadores que pueden orientar al profesorado tanto a promover la comunicación en el aula de matemáticas como a analizar su presencia en las prácticas de enseñanza (Tabla 3).

Muy sintéticamente, algunos de los rasgos esenciales de las prácticas de enseñanza de las matemáticas que fomentan la comunicación en el aula de matemáticas son que promueven la interacción y el intercambio de ideas, más que la información; se promueve el uso adecuado de distintos lenguajes (oral, gráfico, simbólico, etc.); se incentiva la escucha activa a los demás, incentivando el respeto por la forma de pensar y de exponer puntos de vista divergentes; y se interviene principalmente a través del planteamiento de preguntas efectivas, más que dando explicaciones.

Práctica productiva 4. Diseñar e implementar actividades matemáticas que requieran hacer conexiones

Muchos de nosotros hemos aprendido unas matemáticas escolares desconectadas, habitualmente a través de un libro de texto que estructuraba el conocimiento matemático en lecciones o temas con un planteamiento lineal, es decir, organizado en bloques de contenido. En estos libros, la práctica totalidad de las lecciones eran de numeración y cálculo y/o de álgebra y, si había suerte, se alcanzaba a hacer alguna lección de geometría, de medida o de estadística y probabilidad, siempre y cuando el libro los contemplara y el profesor hubiese planificado las lecciones para llegar al final del libro, que es donde se colocaban las lecciones de estos “otros bloques”.

Esta organización del conocimiento matemático provocó que durante diversas décadas las matemáticas se concibieran como un conjunto de bloques de contenido sin ninguna conexión entre ellos: por un lado, la numeración y el cálculo; por otro lado, la geometría y la medida; y la estadística y la probabilidad por ninguno, lamentablemente (ya que no fue hasta finales de la década de los ochenta cuando este bloque se introdujo en el currículo, y los libros tardaron en introducirla).

Las dificultades que mostraban los ciudadanos para aplicar los conocimientos matemáticos en la vida cotidiana, donde el conocimiento matemático no se presenta parcelado, provocó una reacción de

Tabla 4. Indicadores de conexiones (Alsina et al., 2020)

| | |
|-----|--|
| 4.1 | Considers students' everyday mathematical experiences to move towards more formal mathematics. |
| 4.2 | Makes connections between different mathematical knowledge. |
| 4.3 | Develops mathematical activities linked to musical contexts. |
| 4.4 | Works on mathematics by linking it to children's literature. |
| 4.5 | Relates mathematics to artistic expression. |
| 4.6 | Generates mathematical knowledge through contexts linked to psychomotricity. |
| 4.7 | Encourages students to apply mathematical knowledge to everyday situations. |

diversos organismos que, como ya se ha indicado en la introducción, llevaron a un cambio de paradigma en la forma de concebir y enseñar las matemáticas. En el contexto de esta importante transformación curricular, el NCTM (2000) ha sido uno de los organismos que más ha contribuido a resaltar la importancia de las conexiones matemáticas.

Alsina (2016) indica que las conexiones matemáticas se refieren a las relaciones entre los diferentes temas de contenido matemático y entre los contenidos y los procesos matemáticos (conexiones intradisciplinarias); las relaciones de las matemáticas con otras áreas de conocimiento (conexiones interdisciplinarias); y las relaciones de las matemáticas con el entorno que nos rodea (enfoque globalizado). Para este autor, aprender matemáticas desde esta triple visión -intradisciplinar, interdisciplinar y de manera globalizada- es uno de los principios fundamentales del aprendizaje de las matemáticas.

Las conexiones matemáticas tienen ya una larga tradición en la investigación en educación matemática. Así, por ejemplo, desde la Educación Matemática Realista (EMR), Freudenthal (1991) plantea el Principio de Interconexión, según el cual los temas matemáticos se deben conectar unos con otros. Anteriormente, este mismo autor ya avanzó que lo que realmente importa es saber cómo encaja el tema en todo el cuerpo de la enseñanza matemática, si se puede o no integrar con todo, o si es tan estafalario o aislado que, finalmente, no dejaría ninguna huella en la educación (Freudenthal, 1982).

Considerando estos antecedentes, en el instrumento ETMAP se presentan los siguientes 7 indicadores acerca de la presencia de las conexiones matemáticas en el aula (tabla 4).

En la tabla 4 se observa que los indicadores que pueden servir de orientación para diseñar e implementar actividades matemáticas competenciales que fomenten las conexiones matemáticas inciden principalmente en la importancia de las conexiones intradisciplinarias, interdisciplinarias y con el entorno, que son los tres tipos de conexiones a las que se ha

hecho alusión. Sin embargo, tal como se reflexiona en Alsina et al. (2020), casi la mitad de los indicadores del instrumento (4.3, 4.4 y 4.5) se refieren al 'área cultural' (conexiones de las matemáticas con la música, con la literatura y con el arte respectivamente). Este hecho provoca que, en realidad, los indicadores de este proceso matemático estén muy sesgados hacia esta área, y no se consideren otras posibles conexiones con otras áreas fundamentales como la naturaleza, la biología, la equidad, la salud, la tecnología o la sostenibilidad, que también forman parte de la vida cotidiana igual que la música, la literatura o las artes. Este análisis crítico debería tenerse en cuenta al diseñar actividades matemáticas competenciales que promuevan las conexiones, con la finalidad de llevar a cabo prácticas productivas mejoradas.

Práctica productiva 5. Incentivar la expresión oral, gráfica y/o simbólica de las ideas matemáticas internas y las acciones externas a través de tareas que impliquen *representar*.

En educación matemática, el término 'representación' se refiere a la adquisición de un concepto o de una relación entre conceptos y también a la forma como se adquiere, por lo que alude tanto a los procesos y a los productos observables externamente como a lo que tiene lugar internamente en las mentes de los que están haciendo matemáticas (NCTM, 2000). Por esta razón, en esta última práctica productiva se hace alusión tanto a las ideas matemáticas internas como a

las acciones externas. Langrall, Mooney, Nisbet y Jones (2008) enumeran las distintas formas de representación tanto internas como externas que pueden utilizar los alumnos para organizar y expresar su pensamiento matemático: manipuladores concretos, modelos mentales, notación simbólica, tablas, gráficos, rectas numéricas, historias y dibujos. Freudenthal (1991) aclara que el desarrollo progresivo de la representación en matemáticas va de lo concreto a lo abstracto, por lo que es necesario respetar y favorecer el proceso de la representación fomentando que las primeras representaciones sean concretas, a partir de objetos o dibujos y usando el lenguaje natural; posteriormente pictóricas, usando tablas o diagramas; y finalmente convencionales, usando símbolos abstractos, que están en constante cambio dependiendo del sistema semiótico que se está utilizando (Duval, 1995). Desde esta visión, Alsina (2011) concluye que, aunque el desarrollo de la representación vaya de lo concreto a lo abstracto, en términos generales no se trata de un proceso unidireccional sino bidireccional, es decir, de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto otra vez a lo concreto, a pesar de que la finalidad sea siempre aprender (y sobre todo comprender) el símbolo que representa un objeto, una situación o una idea matemática.

Considerando estos fundamentos, representar en matemáticas es como leer en literatura o como experimentar en química. Sin embargo, esta idea ha sido interpretada e implementada de formas diferentes en los distintos niveles de enseñanza de las matemáticas: por un lado, la tendencia principal en los primeros niveles ha sido fomentar la expresión oral, al asumir que los alumnos tienen pocas habilidades para expresar por escrito sus conocimientos matemáticos; en el otro extremo, en cambio, se ha abusado del simbolismo, al asumir que los alumnos de los últimos niveles requieren un lenguaje simbólico para formalizar el conocimiento matemático. Aquí, en cambio, se aboga que los alumnos de las primeras edades empiecen a representar por escrito tanto sus ideas matemáticas internas como sus acciones externas -principalmente a través de dibujos y signos, más que con símbolos- y que los alumnos de los últimos niveles representen oralmente y gráficamente las ideas y acciones antes de proceder a representarlas simbólicamente.

Desde este marco, en el instrumento ETMAP se consideran los siguientes 7 indicadores acerca de la presencia de la representación en matemáticas (tabla 5). De acuerdo con los indicadores de la tabla 5, el

Tabla 5. Indicadores de representación (Alsina et al., 2020)

| | |
|-----|---|
| 5.1 | Asks children to talk, listen and reflect on mathematics to move towards symbolic representation. |
| 5.2 | Uses specific materials as resources to represent mathematical ideas. |
| 5.3 | Uses exemplary models (schemes, among others) to show ways of solving problem situations. |
| 5.4 | Works with children on specific representations (drawings, etc.). |
| 5.5 | Works with children on pictorial representations (signs, etc.). |
| 5.6 | Works with children on symbolic representations (conventional notation). |
| 5.7 | Shows two-way work (from specific to abstract and from abstract to concrete). |

profesorado de todos los niveles preocupado tanto por incorporar como para analizar la representación en sus prácticas de enseñanza, debería implementar tareas que promuevan sobre todo el uso de distintos tipos de representaciones para expresar ideas matemáticas internas y acciones externas (en sentido bidireccional, es decir de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto), junto con procesos de modelización matemática para resolver problemas.

Consideraciones finales

Asumiendo que el empleo de un conjunto codificado de prácticas puede hacer accesibles y manejables, para un mayor número de profesores, los enfoques de la enseñanza de las matemáticas centrados en el alumno (Smith y Stein, 2011), en este artículo se han presentado cinco prácticas productivas para una enseñanza de las matemáticas a través de los procesos. Estas cinco prácticas, de acuerdo con la investigación que establece la importancia de la construcción del propio conocimiento por parte de los alumnos (Bransford, Brown y Cocking, 2000), promueven una planificación y gestión de la enseñanza que contribuya a desarrollar la competencia matemática de los alumnos, en el sentido planteado por el NCTM (2000), Niss (2002) o la OCDE (2004), entre otros.

Desde este prisma, una enseñanza de las matemáticas a través de los procesos, basada en pensar y hacer más que en memorizar técnicas y procedimientos, implica una planificación y gestión guiada por una serie de acciones del profesorado que se sintetizan a continuación:

Resolución de problemas: ¿Qué situación problemática/reto voy a plantear a los alumnos?; ¿Qué interrogantes voy a plantear para que comprendran la situación? (por ejemplo: ¿cuál es la incógnita/los datos de la situación?; ¿Conoces algún problema vinculado con éste?; ¿Qué pasos vas a seguir? .../...)

Razonamiento y prueba/argumentación: ¿Qué buenas preguntas voy a plantear para que los alumnos argumenten sus ideas matemáticas y sus acciones?

Comunicación: ¿Cómo voy a fomentar la interacción? (en parejas, en pequeño grupo, etc.); ¿Qué vocabulario específico deben aprender?

Conexiones: ¿Con qué bloques de contenidos matemáticos se puede relacionar la actividad?; ¿Desde qué disciplina voy a plantear el reto?

Representación: ¿Qué tipo de representación deben hacer? Verbal, gráfica, simbólica ...

Se trata, en definitiva, de un proceso similar a la conducción: cuando se aprende a conducir, se activa un proceso mental muy controlado en el que el conductor novel está muy pendiente de lo que tiene que hacer para arrancar, para cambiar de marcha, para frenar, para cumplir las normas de circulación, etc. Progresivamente, este proceso controlado pasa a ser un proceso automático, de manera que la mente del conductor experto es capaz de activar muchos de estos conocimientos de forma simultánea, casi sin pensarlo. Pasa lo mismo con una enseñanza de las matemáticas a través de los procesos: en los primeros momentos de transformación de las prácticas debe llevarse a cabo un proceso muy controlado para planificar cómo se va a enseñar un determinado contenido, a través de qué procesos, pero progresivamente se automatiza esta forma de abordar la enseñanza de las matemáticas.

Estamos, pues, ante una de las grandes oportunidades y desafíos de la educación matemática: transformar las prácticas de enseñanza de las matemáticas a través de los contenidos (memorizar definiciones y procedimientos) por prácticas productivas consistentes en enseñar matemáticas a través de los procesos (pensar y hacer), con el propósito de que los alumnos tengan acceso a las verdaderas herramientas que nos proporcionan las matemáticas -pensar, argumentar, comunicar, conectar y representar- y de esta forma puedan desarrollar su competencia matemática.

Financiado por: FEDER/Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades - Agencia Estatal de Investigación/ Proyecto EDU2017-84979-R.

Referencias bibliográficas

- Alsina, Á. (2011). *Aprender a usar les matemàtiques. Els processos matemàtics: propostes didàctiques per a l'Educació Infantil*. Vic: Eumo Editorial.
- Alsina, Á. (2016). Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula. *Épsilon, Revista de Educación Matemática*, 33(1), 7-29.
- Alsina, Á. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Barcelona: Editorial Graó.
- Alsina, Á. y Coronata, C. (2014). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 21-34.
- Alsina, Á. y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea S.A. de Ediciones.
- Alsina, Á., Maurandi, A., Ferre, E., y Coronata, C. (2020). Validating an Instrument to Evaluate the Teaching of Mathematics Through Processes. *International Journal of Science and Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10064-y>
- Bransford, J.D., Brown, A.L. y Cocking, R.R. (2000). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. Whashington, D.C.: National Academy Press.
- Common Core State Standards Initiative [CCSSI] (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Recuperado de http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf.
- Cornejo-Morales, C. y Goizueta, M. (2019) El tránsito entre argumentos diagramáticos y narrativos en preescolar. Orientaciones y propuestas. *Revista UNO*, 85, 28-31.
- Cornejo-Morales, C., Goizueta, M., y Alsina, Á. (2020). *Modelo para analizar la argumentación en educación matemática infantil*. Artículo entregado para la publicación.
- Coronata, C. (2014). *Presencia de los procesos matemáticos en la enseñanza del número de 4 a 8 años. Transición entre la Educación Infantil y Primaria*. (Tesis Doctoral). Universidad de Girona, Girona.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berna: Peter Lang.
- EduGAINS (2011). *Asking effective questions*. Recuperado de http://www.edu.gov.on.ca/eng/literacynumeracy/inspire/research/cbs_askingeffectivequestions.pdf.

- Freudenthal, H. (1982). Fiabilidad, validez y pertinencia – criterios de la investigación sobre el aprendizaje de la matemática. *Educational Studies in Mathematics*, 13, 395-408.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Ginsburg, H.P. (2009). Early mathematical education and how to do it. En O. Barbarin y B. Wasik (Eds.), *Handbook of child development and early education: Research to practice* (pp. 403-428). Nueva York: The Guildford Press.
- Langrall, C. W., Mooney, E. S., Nisbet, S., y Jones, G. A. (2008). Elementary students' access to powerful mathematical ideas. En L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 109-135). Nueva York: Routledge.
- Maurandi, A., Alsina, Á y Coronata, C. (2018). Los procesos matemáticos en la práctica docente: análisis de la fiabilidad de un cuestionario de evaluación. *Educatio Siglo XXI*, 36(3), 333-352.
- Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes*. Barcelona: Paidós.
- Ministry of Education Singapore (2012). *Mathematics Syllabus. Primary One to Six*. Singapore: Curriculum Planning and Development Division.
- National Council for Curriculum and Assessment [NCCA] (2014). *Mathematics in Early Childhood and Primary Education (3-8 years). Definitions, Theories, Development and Progression*. Recuperado de https://www.ncca.ie/media/1494/maths_in_ecp_education_theories_progression_researchreport_17.pdf.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2014). *De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos*. Reston, Va.: NCTM.
- National Research Council [NRC] (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: The National Academies Press.
- Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish Kom Project*. Roskilde: Roskilde University.
- Pólya, G. (1945). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas, 2002.
- Schoenfeld, A. H. (2007). *Problem solving in the United States, 1970-2008: research and theory, practice and politics*. *ZDM Mathematics Education*, 39, 537-551.
- Schoenfeld, A.H. (Ed). (1994). *Mathematical thinking and problem solving*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Scusa, T. (2008). *Five processes of mathematical thinking*. Recuperado de: <https://digitalcommons.unl.edu/mathmidsummative/38/>
- Smith, M. S. y Stein, M.K. (2011). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston, VA: NCTM.
- The Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD] (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. París: OECD.
- Yeo, S. M., y Zhu, Y. (2005). Higher-order thinking in Singapore mathematics classrooms. *Proceedings of the international conference on education: Redesigning pedagogy: Research, policy, practice*. Singapore: Centre for Research in Pedagogy & Practice, National Institute of Education.

ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NO JARDIM-DE- INFÂNCIA:

CONCEPÇÕES E PRÁTICAS
DAS EDUCADORAS
E ESTAGIÁRIAS
DO C.I.P.P¹ KILAMBA-ANGOLA

Maria Fátima de Assis Paulo

Instituto Superior de Serviço Social de Luanda

Departamento de Educação de Infância; Ensino e Investigação

Resumo:

Apresenta-se um estudo realizado na centralidade do Kilamba em Luanda-Angola com o objectivo de analisar a concepção que as educadoras têm e a repercussão das suas práticas sobre o ensino da Matemática. Para o seu cumprimento, foi feita análise empírica de natureza qualitativa que aponta para o fraco conhecimento que os educadores têm sobre o ensino da Matemática nas crianças do pré-escolar. Concluiu-se que a formação dos educadores a nível das práticas e metodologias da Matemática é um dos suportes para minimizar as lacunas existentes, e que é importante trabalhar a Matemática na vida da criança por meio de jogos, pois proporciona aprendizagens mais significativas.

Palavras-chave:

Ensino. Aprendizagens. Matemática.
Educadoras de infância.

Abstract:

We present a study carried out at Kilamba's headquarters in Luanda-Angola with the aim of analyzing the conception that the educators have and the repercussion of their practices on the teaching of mathematics. For its fulfillment, an empirical analysis of qualitative nature was made, which points out the weak knowledge that educators have about the teaching of mathematics in preschool children. It was concluded that the training of educators in terms of mathematical practices and methodologies is one of the supports to minimize the existing gaps and that is important to work mathematics in the child's life through games, as it provides more meaningful learning.

Keywords:

Teaching. Learning. Mathematics.
Childhood educators.

Introdução

O estudo aqui apresentado foi desenvolvido num centro infantil no âmbito da orientação do estágio das estudantes finalistas do curso de Educação de Infância. Os estudos incidiram, num primeiro momento, em conceber como as crianças em Educação de Infância aprendem Matemática. Do contacto com a realidade e após leituras de estudos relacionados com essa temática, percebeu-se que para entender as aprendizagens da criança é necessário analisar do mesmo modo a acção do principal interveniente de todo esse processo no contexto do jardim-de-infância, o educador. Para Moreira & Oliveira (2003) é importante analisar as práticas dos educadores, pois ele é quem orienta e promove a materialização do ensino-aprendizagem.

A didática do profissional da educação de infância (Educador de infância) recai em estimular as crianças, por meio de actividades aliadas ao carácter lúdico, com materiais diversos, naturais, de forma concreta e sistematizada. Katz (2006), numa das abordagens em torno das aprendizagens da criança, afirma que a predisposição para aprender necessita de ser exercitada, orientada pelos intervenientes de toda acção educativa presente nos primeiros anos de vida do indivíduo, neste contexto a criança. E é neste intento que o estudo inclina-se, ao analisarmos o ensino da Matemática na Educação de Infância na realidade angolana, especificamente em um centro infantil da centralidade do Kilamba, na cidade de Luanda.

Este artigo estrutura-se em cinco secções: na primeira apresentam-se os principais argumentos alicerçados na visão de autores de artigos relacionados com o problema aqui estudado; na segunda, apresenta-se a abordagem à metodologia usada; na terceira, discrimina-se a opção de tratamento dos dados; na quarta, apresentam-se os principais resultados e por fim tecem-se as considerações finais bem como as recomendações a considerar.

Fundamentação Conceptual e Contextualização Teórica

Ao reflectir sobre o ensino – aprendizagem da Matemática na Educação de Infância somos levados a comentar a actuação prática daquele que coordena, expõe e materializa as aprendizagens, o educador de infância. Para Cardoso & Borges (2008), é necessário sensibilizar os educadores sobre a importância que tem a Matemática na Educação Pré-escolar. Consideramos que a perspectiva que o educador de infância tem sobre o ensino da Matemática reflecte-se nas aprendizagens da criança.

Na actualidade educativa angolana, a Lei de Base 32/20, de 12 de Agosto, que estabelece as bases do sistema de Educação e Ensino, enquadra a Educação de Infância no subsistema de Ensino Pré-escolar, que engloba as duas valências, Creche e Jardim-de-infância e toda a acção prática do educador, orientada pelo currículo que integra os conteúdos. A Matemática está na área curricular denominada “Representação Matemática”. A experiência tem mostrado que os profissionais em educação infantil no país necessitam mais esclarecimento sobre como as aprendizagens na infância, e especificamente na Matemática, se concretizam.

Para Santos (2017), o absentismo da Matemática nos níveis de ensino subsequentes ao pré-escolar em Angola está relacionado com a prática dos professores. Ponderamos que o ponto de partida para este absentismo incide na prática dos educadores de infância no ensino da Matemática. Como a criança apreende a Matemática, a base no seu processo da aprendizagem está no como foi ensinada a “observar”. Arribas (2004, p.282) nos mostra a prática sistemática do educador e como esta acção influencia a aprendizagem de forma continuada.

Apontando aos educadores um papel preponderante no crescimento e na aquisição das competências matemáticas das crianças, importa perceber como se deve trabalhar a Matemática na Educação Pré-escolar. Neste pressuposto, Bassedas & Huguet (1999) esclarecem que o processo de desenvolvimento das capacidades da criança são agrupadas em três grandes

áreas: **área motora** (capacidade do movimento do corpo), **área cognitiva** (capacidade de compreensão) e a **área afectiva** (relacionada com o seu bem estar).

A prática na coordenação pedagógica em Educação de Infância permite afirmar que a intervenção do educador tem de categorizar as três grandes áreas acima descritas, por favorecer na estimulação a nível cognitivo, intelectual e motor, o que, de certo modo, interfere de forma positiva no modo de ensinar/aprender a Matemática no pré-escolar.

Por outro lado, a acção do educador no contexto da sala de actividade é também umas das condicionantes ao ensino/aprendizagem das crianças. A vida na sala de actividades influencia a construção do pensamento que a criança faz. De acordo com Seifert (citado por Spodeck, 2010a, p. 42) o educador ao permitir que as crianças no seu todo (grupo de sala) ou individualmente participem das situações (actividades/acções/procedimentos) na execução dos matérias, nas conversas prévias para perceber o que ela já sabe sobre o conteúdo a ser administrado, ao tentar perceber o que mais gosta de trabalhar, ao procurar saber os principais interesses que apresentam no momento, ao tentar definir as principais motivações, realiza procedimentos metodológicos que privilegiam a aprendizagem da criança. O procedimento de interacção por vezes é explicado com a metáfora do “andaime”:

Um edifício não é construído sobre o nada: os materiais utilizados podem apoiar-se em estruturas sólidas, já construídas anteriormente; são montados andaimes que permitem adaptar-se e subir até o ponto que já está construído; ao mesmo tempo apoiados nos andaimes, pode-se continuar levantando por suas alçadas e também, avançar no desenvolvimento da edificação. Quando a construção acabar, os andaimes são todos retirados, mas o edifício não poderia ser construído sem o seu apoio. (Bruner, 1988, p. 38)

Os conhecimentos prévios, o que a criança já traz do seu meio familiar, da sua comunidade envolvente, da sua estrutura emocional, como cada uma das crianças constrói o seu próprio pensamento, as motivações do dia, podemos considerar “andaimes” essenciais para o processo do ensino da Matemática. São procedimentos que trazem benefícios bastante positivos a nível das aprendizagens, desenvolvendo em simultâneo o potencial da criança, que devem ser ressaltados no ensino em geral e na Matemática especificamente.

Abordagem Metodológica

Tipo de estudo e objectivos da investigação:

Partimos da convicção de que antes de actuarmos teríamos de conhecer as realidades concernente ao estudo aqui apresentado: a análise bibliográfica de artigos relacionados possibilitou uma visão mais consistente. Desenvolveu-se um estudo empírico (Laville, 1999), na medida em que o mesmo teve por base a experiência directa e favoreceu na constatação dos dados observáveis.

Recorreu-se a abordagem qualitativa (Amado & Ferreira, 2013a), pesquisa do âmbito social, não qualificável e interactiva. Apresentamos aqui o resultado de uma investigação que incluiu intervenção educativa, relacionada com a orientação dos estágios dos estudantes do I.S.S.S.² do curso de Educação de Infância e das práticas das educadoras do C.I.P.P. As reflexões teóricas anteriormente fundamentadas ao ensino da Matemática, as práticas adequadas, conteúdos, actividades que correspondam aos interesses da criança e o papel preponderante dos educadores, trouxeram as seguintes questões de investigação: Como ensinar a Matemática na Educação de Infância e que implicação a mesma traz no processo de aprendizagem? Que concepções têm os educadores de infância deste processo? Tendo subjacente as questões já enunciadas, foram formulados objectivos gerais: Analisar a concepção que os intervenientes educativos, educadores de infância fazem sobre o ensino – aprendizagem da matemática; Compreender a repercussão das estratégias utilizadas por parte dos educadores nas crianças. Na mesma abordagem, tornou-se necessário traçar objectivos específicos: identificar a intencionalidade educativa das educadoras, face ao ensino-aprendizagem da matemática; conhecer o método adequado; promover actividades que visam novas práticas educativas com as educadoras para as crianças e novas diretrizes no âmbito da orientação do estágio.

Relevância:

O estudo aqui apresentado sustenta-se em dois argumentos: entender a ideia que os educadores têm sobre o ensino da Matemática, para perspectivar

2 - Instituto Superior de Serviço Social. Situado em Luanda- Angola, forma educadores de infância e assistentes sociais, desde 2011.

práticas convincentes e favorecer as aprendizagens da criança e no âmbito das práticas com os estagiários e como subsídio para as educadoras com um leque de actividades lúdicas com materiais recicláveis, numa acção pedagógica mais reflexiva e consistente.

Amostra e sua caracterização:

Antes de caracterizarmos os participantes do estudo, importa salientar que a amostra recaiu em um grupo de crianças do jardim-de-infância do centro infantil já mencionado. O processo de selecção foi assente em Minayo (2017) por reflectir em termos de quantidade na actividade do fenómeno estudado, e viabilizou uma maior interacção durante toda a pesquisa.

Quadro nº 1. Amostra do estudo

| Número de salas | Idades | Número de Crianças |
|------------------------|--------------|--------------------|
| 2 salas de actividades | 3 anos | 40 |
| 2 salas de actividades | 4 anos | 50 |
| 2 salas de actividades | 5 aos 6 anos | 54 |

Quadro: elaboração própria

O quadro apresenta a amostra do estudo, num total de 144 crianças, seleccionadas por idades, (duas salas de cada). Ahamos que todas as crianças deveriam participar, já que a previsão não foi só observar, mas, também realizar actividades; por outra, as salas são gemelares, o que permitiu de forma facilitada todo o trabalho com grupo de crianças aqui apresentado.

Caracterização dos participantes do estudo:

Nesta investigação procurou-se abranger todas as educadoras da valência do jardim-de infância. A instituição foi escolhida por ser o local onde geralmente faz-se a orientação dos estágios supervisionados e pelo acesso às educadoras ser factor decisivo na recolha das informações. Participaram do estudo sete educadoras, funcionárias efectivas, e três estagiárias, distribuídas umas em cada sala de actividades, sendo uma pivô, com idades compreendidas entre os 22 aos 42 anos, todas do sexo feminino, das quais, quatro licenciadas, três finalistas e outras três a concluir o curso em Educação de Infância pelo I.S.S.S.

Referirmos neste ponto que a Licenciatura em Educação de Infância em Angola é bastante recente. Existiu sempre a formação básica dos quadros sociais, que ainda exercem a profissão de educadoras de infância, como já foi referido, um assunto que pretendemos

apresentar em um outro estudo. Salienta-se que, com excepção das estagiárias, o tempo de serviço varia entre os quatro e os oito anos, todas na instituição em referência.

Instrumentos da recolha dos dados:

No âmbito da recolha dos dados, a observação do tipo participante foi utilizada, para descrever as acções mais frequentes (Araújo & Silvestre, 2010). Esta técnica permitiu obter dados mais precisos, tendo por atenção o paradigma da investigação e a nossa experiência profissional. Para tal, foi elaborado o instrumento, grelhas de observação, com o intuito de registar como as educadoras realizam as acções didáticas e pedagógicas em torno da Matemática e como as crianças reagem diante de todo o contexto educativo vivido dentro da sala de actividades. A elaboração da grelha foi baseada no modelo adaptado de Campenhoudt (2008, p. 166) com estruturas categorizadas por unidades de observação.

Na mesma senda, para dar suporte à concretização dos objectivos específicos e partindo do princípio do conhecimento preliminar sobre o assunto estudado, aplicou-se entrevistas estruturadas ou directas, recorrendo ao guião de entrevistas adaptado por Capistrano (citado por Amado & Ferreira 2013b), organizadas por blocos de questões com base nos principais argumentos e indicadores do estudo.

Procedimentos:

Antes da realização da pesquisa, houve a necessidade de solicitar autorização à direcção da instituição e aos pais encarregados de educação, que responderam favoravelmente.

A observação foi realizada em três momentos:

1º Momento: Verificar como é o ambiente/espaço educativo onde se materializam as aprendizagens das crianças. Com o auxílio da grelha, observou-se e fez-se os registos dos dados (não diante das crianças e das educadoras, para evitar possíveis constrangimentos). Da categorização referente ao ambiente educativo, observou-se: o número de adultos por crianças; materiais manipulativos disponíveis; tratamento dos trabalhos feitos pelas

crianças; distribuição dos móveis /mobilidade das crianças pela sala.

2º Momento: Identificar as estratégias ou o modo de trabalho das educadoras, após a segunda semana do início dos trabalhos. A observação foi feita no dia da actividade da Matemática, área curricular denominada de Representação Matemática, conforme a organização do currículo para o pré-escolar em Angola. Tomamos neste momento o mesmo procedimento anterior. Na categorização referente ao trabalho pedagógico observou-se: a planificação prévia das intenções pedagógicas; o uso dos meios de ensino / fácil manuseio; meios de ensino relacionados com o conteúdo administrado; Participação das crianças.

3º Momento: Da constatação das duas primeiras observações, houve a necessidade de efectuar uma terceira e última. Para tal, utilizaram-se as mesmas grelhas, com o objectivo de verificar possíveis mudanças, como resultado da intervenção educativa do processo da investigação empírica.

Para as entrevistas, recorreu-se ao procedimento baseado na perspectiva de Coutinho (2011). As entrevistadas estavam em salas separadas e contamos com o apoio de mais um entrevistador (colega de trabalho) para evitarmos ou mesmo minimizar influências nas informações entre os participantes. Para estabelecer um maior contacto e facilitar a obtenção das informações, houve um pequeno momento de conversa exploratória. O guião das entrevistas foi estruturado em quatro blocos com os seguintes indicadores:

- i) Nível de escolaridade/ grau académico
- ii) Entendimento das educadoras/ estagiárias sobre o ensino matemático
- iii) Condições de trabalho
- iv) Principais implicações no trabalho da matemática com as crianças

Análise e tratamento dos dados:

Para a análise das duas primeiras grelhas de observações, foram agrupadas as salas de acordo a idade das crianças. Começou-se por analisar as salas dos três anos, posteriormente dos quatro anos, até à sala dos 5 anos. Relativamente aos guiões das entrevistas procedeu-se em agrupar as respostas iguais, por símbolos, para facilitar a análise e assim obter-se uma percepção mais detalhadas dos dados obtidos e a triangulação dos mesmos.

Apresentação/ análise e discussão dos resultados

Dados relativos ao ambiente/espacos educativo:

Quanto ao número de adultos pelo número de crianças nas salas, observou-se que cada uma das salas, para além da educadora, dispõe de duas vigilantes de infância (nome designado no contexto angolano para as auxiliares). Durante o tempo de permanência na instituição, estão sempre dois adultos distribuídos de modo que o encontro entre as três (educadora e vigilantes por salas) se faça sempre a partir das 9:30, hora de início das actividades, facilitando de certa forma toda a acção entre as crianças e as educadoras em função do que se pretende trabalhar. Em relação aos materiais manipulativos, observou-se a existência de poucos materiais pelo número de crianças: a sala dos quatro e cinco anos não têm brinquedos, há uma grande ausência de livros e de jogos.

Quanto aos tratamentos que são dados às actividades realizadas pelas crianças, observou-se ausência de placard no interior das salas. Estes encontram-se montados nas varandas que dão acesso à entrada principal das salas. Os trabalhos das crianças (pinturas, desenhos, fichas) são pendurados dentro das salas em fios de pesca com molas, possibilitando assim que as crianças se sintam valorizadas também pelas suas produções. Concernente à distribuição dos móveis, as salas dispõem de várias mesas e cadeiras distribuídas em forma de círculo, o que dificulta a mobilidade. Observou-se que a maior parte do tempo as crianças encontram-se sentadas nas cadeiras a rabiscar em pequenas folhas e por vezes realizam algumas brincadeiras nas varandas. Neste contexto, Silva (2003) orienta-nos para a grande importância do ambiente/espacos educativos que comporta os adultos, as crianças, os móveis, as pinturas nas paredes, os materiais, como elementos fundamentais no desenvolvimento das crianças nas salas de actividades, pois, segundo o autor, promove uma forma de pensar dialógica.

Dados relativos ao trabalho pedagógico:

Quanto a planificação das intenções pedagógicas, observou-se uma actividade de Matemática, um plano fixo na sala, que corresponde às acções realizadas na semana, o que nos permite aferir que as educadoras planificam previamente; durante as actividades, verificou-se o uso de alguns meios de ensino e mais actividades de fichas de trabalhos. A estratégia observada foi que as educadoras sentam-se no chão com as crianças, em semicírculo ou em roda, e vão passando um único meio de ensino que elaboram pelas crianças, na tentativa de fazer a exploração relacionada com o conteúdo. No entanto, é notável a preocupação da planificação prévia, faltando por parte das mesmas a orientação metodológica, assente nos interesses das crianças, ressaltando como grande limitação do trabalho desenvolvido. Face aos resultados observados, as estratégias que as educadoras apresentam incidem na elaboração de meios que elas fazem com garrafas, latas e outros materiais, ponto de partida que se encontrou para redireccionar o trabalho da Matemática com as crianças. A selecção dos conteúdos a serem administrados, suas implicações no desenvolvimento da criança, (numa vinculação com os métodos) para quem trabalha a Matemática na infância, são igualmente imprescindíveis para que as aprendizagens ocorram de forma eficaz, como nos esclarece Baroody (citado por Spodek, 2010b, p. 334). Os conteúdos devem ser direccionados e adequados à criança, respeitando as suas características de desenvolvimento bem como a sua maturação e os seus interesses em torno do meio que a rodeia.

Dados das entrevistas, análise da concepção das educadoras/estagiárias sobre o ensino da Matemática:

As respostas às entrevistadas estão relacionadas com a resolução dos cálculos numéricos, escrita e contagem dos números. Referem não gostarem de Matemática no contexto normal, por considerarem uma área difícil de trabalhar, do mesmo modo que não se lembram de um dia terem gostado de efectuar cálculos numéricos enquanto estudantes e pouco conhecimento sobre como construir o pensamento lógico matemático nas crianças. As estagiárias, também entrevistadas, revelam no âmbito da formação dos educadores de infância, uma maior abordagem metodológica e prática, na concepção da Matemática do mundo infantil.

Quanto às condições de trabalho, consideradas

favoráveis, referem que a maior dificuldade está no acesso aos materiais como livros didáticos e internet, que, segundo as entrevistadas, são meios que possibilitam efectuar pesquisas e melhorar a concepção que têm sobre o assunto estudado, apontando como principais implicações relacionar os jogos e as brincadeiras com os conteúdos a serem trabalhados, ou seja, inserir o carácter lúdico no ensino da Matemática. Estes resultados permitem aferir sobre a interactividade (com o meio e os objectos), a estrutura dos conteúdos e do pensamento (da criança), pressupostos que suscitam a compreensão dos métodos adequados a serem aplicados, para que se materializem as aprendizagens da Matemática na infância.

De acordo com Leite (2014), o contacto da criança com o mundo real e o significado que vai atribuindo, evidencia o brincar como a competência que mais se desenvolve. Alguns autores fazem alusão do contacto com o universo da Matemática que a criança faz desde praticamente o seu nascimento, que permite admitir que o ensino da Matemática não pode fugir ao mundo interactivo das coisas e dos objectos, relação que já é bem definida ao longo do crescimento. A criança brinca por meio das interacções e relações que estabelece com o seu mundo para o mundo dos adultos. A criança, ao brincar, vai realizando descobertas e aprende a interagir com as coisas que vai descobrindo, relacionando-as com os acontecimentos do seu dia-a-dia.

Para Arrais, Lazaretti, & Moares, *et al.* (2017), as brincadeiras/jogos condicionam o que a criança aprende. De acordo com os autores, as regras que a criança estabelece no decorrer das brincadeiras são promotoras da concentração, memorização e da imaginação. Entendemos que utilização dos jogos é de grande importância por favorecerem os interesses da criança, tornando-a mais capaz de compreender as actividades. Os jogos não deixam de ser brincadeiras, no entanto não devem ser usados apenas como entretenimento para as crianças ou mesmo como um simples divertimento. Para a criança em idade pré-escolar, aprender e compreender a Matemática sobrepõe a realização de cálculos numéricos, é levá-la a vivenciar situações que promovam ao raciocínio lógico das coisas, dos factos, para no futuro encarar então a “Matemática pura” com maior naturalidade. A importância dos jogos (brincadeira) neste subsistema de ensino tem sido um assunto debatido e analisado nos nossos dias, como uma forma prazerosa de proporcionar os novos conhecimentos.

Para Boyd & Pellergrin (citado por Spodek, 2010c, p. 225), o jogo é promotor do desenvolvimento social e cognitivo das crianças. A criança quando brinca de forma livre, espontânea, orientada e organizada, adquire regras básicas de convivência e de pensamento e, ao mesmo tempo, vai expressando o seu imaginário na construção das suas operações concretas. O autor em referência salienta que o jogo propicia situações que exigem soluções imediatas e vividas: neste processo de encontrar as soluções, ela vai planificando mentalmente as melhores estratégias de jogos ao mesmo tempo vai construindo novas ideias.

São notáveis os problemas em torno da Matemática em Angola nas crianças e jovens: por esta razão, percebemos a grande importância da implementação de práticas pedagógicas adequadas, centradas na promoção do estudo da Matemática de forma prazerosa.

Considerações finais

No seu mundo de “aprender” a criança encontra-se rodeada de descobertas constantes desde o seu nascimento. Para Piaget (1986) é logo no berço que a criança dá os primeiros sinais das suas actividades centradas num encontro do meio em que se encontra inserida. É nesta linha de pensamento que nos debruçamos sobre a grande importância da aplicação metodológica referente ao ensino da Matemática nas crianças, observando a faceta interactiva do seu desenvolvimento como algo nato e indissociável ao longo das diversas maturações que vai adquirindo, incluindo o pensamento. Este autor leva-nos a afirmar que as acções de intervenção, organizadas, sistemáticas e metodológicas, com rigor e lógica, centradas nos conteúdos a serem administrados, devem fazer incidência na sua forma de pensar.

A realização deste estudo está subjacente ao que muito se tem escrito sobre a importância dos educadores estudarem e conhecerem como as crianças aprendem. Consideramos ser o caminho facilitador para desconstruir a ideia que muitas crianças vão formando em torno da Matemática como “bicho-de-sete-cabeças”, porque os seus intervenientes educativos desconhecem o que está intrínseco às aprendizagens que elas fazem, ou seja, desconhecem como a criança aprende, neste contexto, a Matemática. Barrody nos ajuda a tornar esta reflexão mais relevante, ao afirmar que o modo como a Matemática é trabalhada e instruída garante panoramas precisos ao seu respeito.

Os resultados deste pequeno estudo incorrem de uma breve reflexão sobre o que as educadoras pensam sobre o ensino-aprendizagem da Matemática e a ausência do conhecimento metodológico. O estudo revela que as educadoras trabalham a Matemática apenas para ensinar a contar e escrever os números e apresentam grandes dificuldades na aplicação da Didática da Matemática. Estes resultados permitem afirmar a grande importância que tem a formação dos educadores no campo da Didática e essencialmente das orientações das práticas de estágio supervisionadas, relacionando as realidades das crianças com as educadoras no ensino da Matemática e as instituições de formação. (Azevedo, 2014)

Para promover novas práticas nas actividades de Matemática com as crianças, buscou-se diferentes actividades como: jogos com materiais diversos; jogos para relacionar as cores e quantidades (feitos com cartões dos pacotes de leite em forma de camisa e as respectivas tampas serviram de botões e fazer a correspondência das cores), com o objectivo de estimular o raciocínio lógico e para desenvolver o pensamento sobre resolução de problemas (com auxílio de um dado feito com pacote das papas, colaram-se números de um até três em cada lado do dado e um lado livre, e três árvores grandes enumeradas de um até três igualmente, e, vários cartões em formas de maçãs; do lançamento do dado, a correspondência numérica a criança é levada a construir um pensamento para resolução do problema). Foram criadas oportunidades pedagógicas por meio de actividades lúdicas que permitiram explorar diversos materiais manipulativos, realizaram-se construções com blocos feitos com pacote de leite, trabalhou-se a noção de peso com balanças feitas de garrafas plásticas de vários tamanhos, pedras, areia e outros.

Dos resultados da última observação, para verificar se houve mudanças das práticas por parte das educadoras após a intervenção educativa, com o apoio da orientação dos estágios e participação das estagiárias, verificamos que os educadores inicialmente demonstraram certa dificuldade em organizar as acções metodológicas centradas nas planificações das actividades relacionadas com a Matemática, pois foi necessário um estudo com as educadoras, apoiado em Moreira e Oliveira (2003).

Consideramos o quanto é imprescindível que os educadores devem munir-se de conhecimentos relativamente ao modo como as crianças aprendem e o modo de ensinar a Matemática nesta idade. Suprimidos os anseios iniciais, os participantes do estudo planificaram com maior clareza, construíram materiais de ensino, permitindo a participação das crianças, que aos poucos foram mostrando o que já sabem de Matemática, adquirido pelas experiências vividas no contexto de escola e fora da escola. É visível que o ensino da Matemática na Educação Infantil está intrínseco à curiosidade da criança, ao entusiasmo, à interacção com os objectos, com o meio, com as experiências vividas, com as brincadeiras/jogos desafiadores proporcionadas pelo educador, com a intenção de incentivar novas ideias, novas formas de pensar, de desconstruir os obstáculos, de resolver problemas de forma livre e espontânea. As crianças em idade

pré-escolar possuem uma liberdade extrema de pensar e de conhecimento da Matemática, o que lhes permite viver grandes desafios.

No entanto, estas actividades de forma orientada devem estar inculcadas também nas actividades de exploração livre, como prática metodológica para o ensino da Matemática na infância. Neste pressuposto, importa salientar que o educador de infância deve estar atento à predisposição da criança para as brincadeiras e deste modo fazer a condução pelo lúdico, orientando o ensino da Matemática nas diferentes facetas da vida da criança numa interacção com o quotidiano.

Referências bibliográficas

- Araújo, J. F. & Silvestre, H.C. (2012). *Metodologia para a Investigação Social*. Lisboa: Escolar Editora.
- Azevedo, P. D. (2014). Narrativas de Práticas Pedagógicas de Professores que Ensinam Matemática na Educação Infantil. *Bolema*, 28(49), 1980-4415. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n49a20>
- Arrais, L.F.L., Moraes, S.P.G., Moya, P.T. & Lazaretti, L.M. (2017). O Ensino da Matemática na Educação Infantil: Propostas de Trabalho com Jogos. *Educação matemática Pesquisa*, 19(1), 353-377. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i1p353-377>
- Arribas, T. L. (2004). *Educação Infantil: Desenvolvimento, Currículo e Organização Escolar* (5ª ed.) Porto Alegre: Artmed.
- Amado, J. & Ferreira, S. (2013). *Manual de Investigação Qualitativa em Educação*. Coimbra: Imprensa da UC.
- Bruner, J. (1988). *Desarollo Cognitivo y Educacion*. Madrid: Morata.
- Bassedas, E. & Huguet, T. (1999). *Aprender e Ensinar na Educação Infantil*. Porto Alegre: Artmed.
- Baroody, A. J. (2010). Incentivar a Aprendizagem Matemática das Crianças. In B. Spodek (Ed.), *Manual de Investigação em Educação de Infância* (pp. 333-390). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Boyd, B. & Pellegrini, A.D. (2010). O Papel do Jogo no Desenvolvimento da Criança e na Educação de Infância: Questões de Definição e Função. In B. Spodek (Ed.), *Manual de Investigação em Educação de Infância* (pp. 225-264). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Borges, M. & Cardoso, A. (2008). As práticas dos Educadores de Infância no Domínio da Matemática. *Millenium*, 38 (15), 125-146. <https://revistas.rcaap.pt/millenium/article/view/8254>
- Campenhoudt, L. & Quivy, R. (1995). *Manual de Investigação em Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva.
- Coutinho, C. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humana: Teoria e Prática*. Coimbra: Almedina.
- Katz, L. G. (2006). Perspectivas Actuais Sobre a Aprendizagem na Infância. *Revista Saber e Educar*, 11,7-21. <http://hdl.handle.net/20.500.11796/700>
- Laville, C. & Donne, J. (1999). *A Construção do Saber: Manual de Metodologia em Ciências Humanas*. Porto Alegre: Artmed.
- Leite, A. (2014). Educação Infantil e Educação Matemática: Imaginário e Possibilidades da Infância. *Poiésis*, Vol. Especial, 121-135. <https://core.ac.uk/download/pdf/300480379.pdf>
- Minayo, M. & Costa, A. (2018). Fundamentos Teóricos das Técnicas de Investigação Qualitativa. *Revista Lusófona de Educação*, 40, 139-153. <https://revistas.ulusofona.pt/index.php/rleducacao/article/view/6439>
- Moreira, D. & Oliveira, I. (2003). *Iniciação à Matemática no Jardim-de-infância*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Piaget, J. (1986). *O Nascimento da Inteligência na Criança*. Lisboa: Publicações Dom Quixote.
- Santos, A.P.S. (2017). *Estudo e Análise do Absentismo Escolar nas Aulas de Matemática na Escola Superior Pedagógica do Namibe-Angola*. (Tese não publicada). Universidade de Granada. Cuba.
- Seifert, K. L. (2010). O Desenvolvimento Cognitivo e a Educação de Infância. In B. Spodek (Ed.), *Manual de Investigação em Educação de Infância* (pp. 15-48). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Silva, B. (2013). Sala de Aula na Educação Infantil: Ambiente Educativo, da Percepção à Acção. In Congresso Nacional de Educação Educere, 12º. Pontifícia Universidade Católica do Paraná. https://educere.bruc.com.br/CD2013/pdf/12859_6849.pdf